

Loi du produit

$$f(x) \cdot g(x) = f'(x)g(x) + g'(x)f(x)$$

$$(e^x)' = e^x$$

Loi de la chaîne

$$(f(g(x)))' = f'(g(x)) \cdot g'(x)$$
  
$$(e^{x^3})' = e^{x^3} \cdot 3x^2$$
  
$$(e^{x^2+s})' = e^{x^2+s} \cdot 2x$$
  
$$(e^{A(x)})' = e^{A(x)} \cdot A'(x)$$

Exercice 1

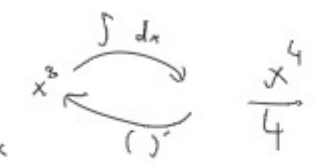
Résoudre sur  $\mathbb{R}$  les équations différentielles suivantes :

- $y' + 2y = x^2$  ( $E_1$ )
- $y' + y = \cos(x)$  ( $E_2$ )
- $y' - y = (x+1)e^x$  ( $E_3$ )
- $y' + y = x - e^x \cos(x)$  ( $E_4$ )

Variation de la constante

$$y' + a(x) \cdot y = b(x) \quad | \cdot e^{A(x)}$$

$$(y \cdot e^{A(x)})' = (y' + a(x) \cdot y) \cdot e^{A(x)} = b(x) \cdot e^{A(x)}$$
  
$$= y' \cdot e^{A(x)} + e^{A(x)} \cdot a(x) \cdot y$$
  
$$= (y' + a(x) \cdot y) \cdot e^{A(x)}$$



Comment est-ce tu enlèves le ti ré ?

$$y \cdot e^{A(x)} = \int b(x) \cdot e^{A(x)} dx$$

1.)  $a(x) = 2$   
 $y' + 2 \cdot y = x^2 \quad | \cdot e^{2x} = e^{2x}$

$$(y' + 2y) \cdot e^{2x} = x^2 \cdot e^{2x}$$

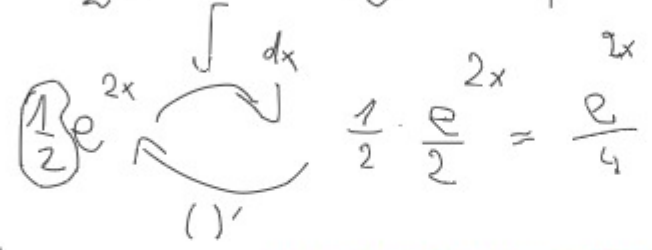
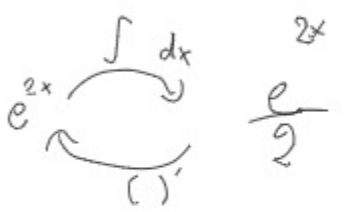
$$(y \cdot e^{2x})' = x^2 \cdot e^{2x} \quad | \int dx$$

$$y \cdot e^{2x} = \int x^2 \cdot e^{2x} dx = x^2 \cdot \frac{1}{2} e^{2x} - \int 2x \cdot \frac{1}{2} e^{2x} dx$$

$$\int f \cdot g' dx = f \cdot g - \int f' \cdot g dx$$

Wie macht man das - Comment on fait?

$$f' = 2x$$



$$\int x \cdot e^{2x} dx = x \cdot \frac{e^{2x}}{2} - \int 1 \cdot \frac{e^{2x}}{2} dx = \frac{x \cdot e^{2x}}{2} - \frac{e^{2x}}{4}$$

ich brauche  $f = x \quad g' = e^{2x}$

$$\int x \cdot e^{2x} dx = \frac{1}{2} x \cdot e^{2x} - \frac{x \cdot e^{2x}}{2} + \frac{e^{2x}}{4} \rightarrow e^{2x} \left( \frac{1}{2} x^2 - \frac{x}{2} + \frac{1}{4} \right)$$

$$\frac{1}{e^{2x}} = e^{-2x}$$

$$y \cdot e^{2x} = \frac{1}{2} x^2 \cdot e^{2x} - \frac{x \cdot e^{2x}}{2} + \frac{e^{2x}}{4} + C \quad | \div e^{2x}$$

$$y(x) = \frac{x^2}{2} - \frac{x}{2} + \frac{1}{4} + C \cdot e^{-2x}$$

[https://us04web.zoom.us/j/79017263263?pwd=0\\_6PP2yJyL4o6z3vJNfo0p9NRolF1.1](https://us04web.zoom.us/j/79017263263?pwd=0_6PP2yJyL4o6z3vJNfo0p9NRolF1.1)

Vérification:

$$y'(x) + 2 \cdot y(x) =$$

$$= \frac{x^2}{2} - \frac{1}{2} + (-2)Ce^{2x} + 2 \cdot \left( \frac{x^2}{2} - \frac{x}{2} + \frac{1}{4} + Ce^{2x} \right) =$$

$$= -\frac{1}{2} + x^2 + \frac{1}{2} = x^2 \quad \checkmark$$

**Exercice 1**

Résoudre sur  $\mathbb{R}$  les équations différentielles suivantes :

1.  $y' + 2y = x^2$  ( $E_1$ )
2.  $y' + y = 2 \sin x$  ( $E_2$ )
3.  $y' - y = (x+1)e^x$  ( $E_3$ )
4.  $y' + y = x - e^x + \cos x$  ( $E_4$ )

**Exercice 1**

Résoudre sur  $\mathbb{R}$  les équations différentielles suivantes :

1. ~~\_\_\_\_\_~~
2.  $y' + y = 2 \sin x$  ( $E_2$ ) (\*)
3. ~~\_\_\_\_\_~~
4. ~~\_\_\_\_\_~~ ( $E_4$ )

2.) Une approche pour la solution:

$$y(x) = A \cdot \sin x + B \cdot \cos x$$

$$y'(x) = A \cdot \cos x - B \sin x$$

y dans (\*):

$$A \cos x - B \sin x + A \sin x + B \cos x = 2 \sin x$$

$$\underbrace{(A - B)}_{=2} \cdot \sin x + \underbrace{(A + B)}_{=0} \cdot \cos x = 2 \cdot \sin x$$

$$\hookrightarrow A = -B$$

$$\boxed{\begin{matrix} A = 1 \\ B = -1 \end{matrix}} \quad \checkmark$$

$$\Rightarrow \boxed{y(x) = \sin(x) - \cos(x)}$$

Von Edwin Jeanson an alle 10:01 AM  
j'espère que je n'ai rien oublié