Loi du produit

$$\boxed{f(x)\cdot g(x) = f'(x)g(x) + g'(x)f(x)}$$

$\longrightarrow$

$$\boxed{(e^x)' = e^x}$$

Loi de la chaîne

$$\boxed{\left(f(g(x))\right)' = f'(g(x))\cdot g'(x)}$$

$$(e^{x^3})' = e^{x^3}\cdot 3x^2$$

$$(e^{x^7+5})' = e^{x^7+5}\cdot 7x^6$$

$$(e^{A(x)})' = e^{A(x)}\cdot a(x)$$

Exercice 1

Résoudre sur $\mathbb{R}$ les équations différentielles suivantes :

1. $y' + 2y = x^2$ (E_1)
2. $y' + y = 2\sin x$ (E_2)
3. $y' - y = (x+1)e^x$ (E_3)
4. $y' + y = x - e^x + \cos x$ (E_4)

$$(y\cdot e^{A(x)})' = y'\cdot e^{A(x)} + e^{A(x)}\cdot a(x)y = (y' + a(x)y)\,e^{A(x)}$$

Variation de la constante

$$y' + a(x)\cdot y = b(x) \quad \Big|\cdot e^{A(x)}$$

$$(y' + a(x)\cdot y)\cdot e^{A(x)} = b(x)\cdot e^{A(x)}$$

$$(y\cdot e^{A(x)})' = b(x)\cdot e^{A(x)} \quad \Big|\int dx$$

$$x^3 \xrightarrow{\int dx} \frac{x^4}{4}, \qquad \frac{x^4}{4} \xrightarrow{(\,)'} x^3$$

Comment est-ce tu enlèves le ti ré ?

$$\longrightarrow \quad y\cdot e^{A(x)} = \int b(x)\cdot e^{A(x)}\,dx$$

$$a(x) = 2$$

1.) $$y' + 2\cdot y = x^2 \quad \Big|\cdot e^{A(x)} = e^{2x}$$

$$(y' + 2y)\cdot e^{2x} = x^2\cdot e^{2x}$$

$$(y\cdot e^{2\cdot x})' = x^2\cdot e^{2x} \quad \Big|\int dx$$

$$y\cdot e^{2x} = \int \underset{f}{x^2}\cdot \underset{g'}{e^{2x}}\,dx = x^2\cdot\frac{1}{2}e^{2x} - \int \cancel{2}x\cdot\frac{1}{\cancel{2}}e^{2x}\,dx$$

$$f = x^2 \qquad g' = e^{2x}$$

$$\boxed{\int f\cdot g'\,dx = f\cdot g - \int f'\cdot g\,dx}$$

Intégration par partie

Wie macht man das = Comment on-fait?

$$f' = 2x$$

$$\frac{x^3}{3}$$

$$\int \underset{f}{x}\cdot \underset{g'}{e^{2x}}\,dx = x\,\frac{e^{2x}}{2} - \int 1\cdot\frac{e^{2x}}{2}\,dx = \frac{x e^{2x}}{2} - \frac{e^{2x}}{4}$$

$$f = x \qquad g' = e^{2x}$$

ich branche

$$\frac{1}{2}x^2\cdot e^{2x} - \frac{x e^{2x}}{2} + \frac{e^{2x}}{4} \longrightarrow e^{2x}\left(\frac{1}{2}x^2 - \frac{x}{2} + \frac{1}{4}\right)$$

$$\frac{1}{e^{2x}} = e^{-2x}$$

$$e^{2x} \xrightarrow{\int dx} \frac{e^{2x}}{2}, \qquad \frac{e^{2x}}{2} \xrightarrow{(\,)'} e^{2x}$$

$$\frac{1}{2}e^{2x} \xrightarrow{\int dx} \frac{1}{2}\cdot\frac{e^{2x}}{2} = \frac{e^{2x}}{4}$$

https://us04web.zoom.us/j/79017263263?pwd=0_-6PP2yJyL4o6z3vJNfo0p9NRolF1.1

$$y\cdot e^{2x} = \frac{1}{2}x^2\cdot e^{2x} - \frac{x e^{2x}}{2} + \frac{e^{2x}}{4} + C \quad \Big|\div e^{2x}$$

$$\boxed{y(x) = \frac{x^2}{2} - \frac{x}{2} + \frac{1}{4} + C\cdot e^{-2x}}$$

Vérification:

$$y'(x) + 2\cdot y(x) =$$

Exercice 1

Résoudre sur $\mathbb{R}$ les équations différentielles suivantes :

1. $y' + 2y = x^2$ (E_1)
2. $y' + y = 2\sin x$ (E_2)
3. $y' - y = (x+1)e^x$ (E_3)
4. $y' + y = x - e^x + \cos x$ (E_4)

$$= \frac{\cancel{2}x}{\cancel{2}} - \frac{1}{2} + \cancel{(-2)Ce^{-2x}} + 2\cdot\left(\frac{x^2}{2} - \frac{\cancel{x}}{\cancel{2}} + \frac{1}{4} + \cancel{Ce^{-2x}}\right) =$$

$$= -\frac{1}{2} + x^2 + \frac{1}{2} = x^2 \quad ✓$$

Exercice 1

Résoudre sur $\mathbb{R}$ les équations différentielles suivantes :

1. [redacted]
2. $y' + y = 2\sin x$ (E_2) (*)

[redacted]

2.) Une approche pour la solution:

$y(x) = A\cdot\sin x + B\cdot\cos x$

$y'(x) = A\cdot\cos x - B\sin x$

y dans (*):

$$A\cos x - B\sin x + A\sin x + B\cos x = 2\sin x$$

$$\underbrace{(A - B)}_{\overset{!}{=}2}\cdot\sin x + \underbrace{(A + B)}_{\overset{!}{=}0}\cdot\cos x = 2\cdot\sin x$$

$\hookrightarrow A = -B$

$$\boxed{\begin{aligned} A &= 1 \\ B &= -1 \end{aligned}} \quad ✓$$

$$\Rightarrow \boxed{y(x) = \sin(x) - \cos(x)}$$

Von Edwin Jeanson an alle 10:01 AM

j´éspère que je n´ai rien oublié