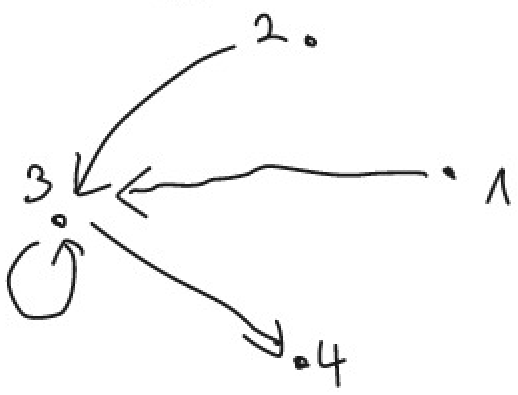
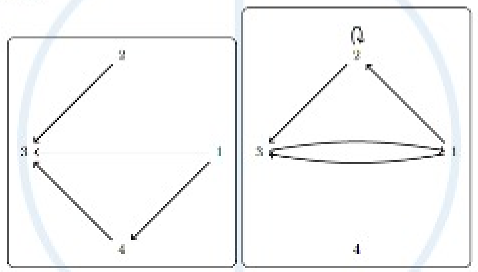
ii) SR



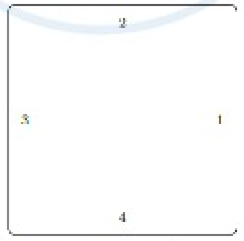
$2\,SR\,3$, da
$2S2 \wedge 2R3$
$1\,SR\,3$, da
$1S2 \wedge 2R3$

Aufgabe 2.3

Gegeben sind die folgenden beiden Relationen R (links) und S (rechts) über der Grundmenge $[4]$ in graphischer Darstellung:



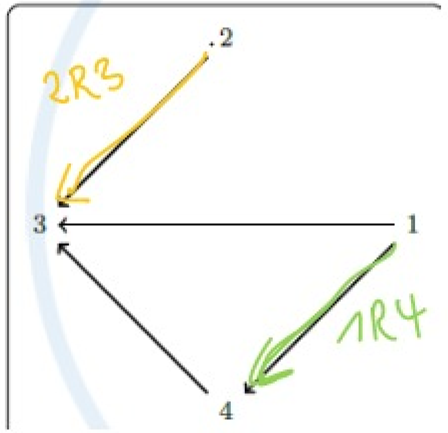
(a) Stellen Sie das Ergebnis der folgenden relationalen Ausdrücke jeweils graphisch dar. Verwenden Sie stets die folgende Anordnung für die Knoten:

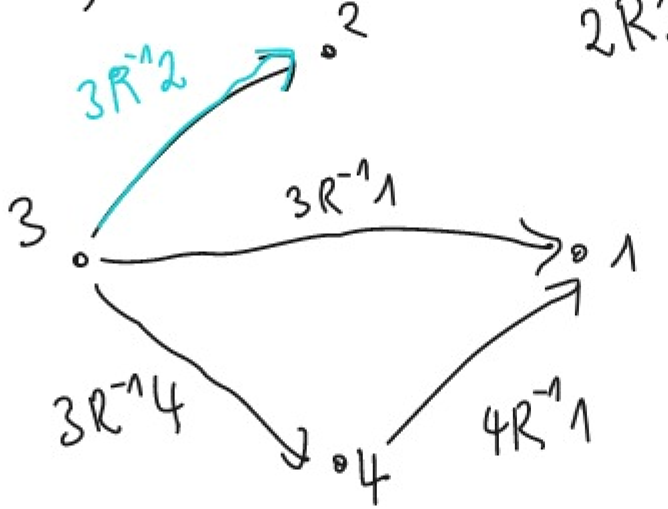


(i) RS (ii) SR (iii) R^{-1} (iv) R^* (v) $(R \cap R^{-1})^*$ (vi) $(S \cup S^{-1})^*$ (vii) $(S \setminus S^2)^*$

$3\,SR\,3$
$3\,SR\,4$

iv) $R^{-1} := \{(a,b) \mid (b,a) \in R\}$

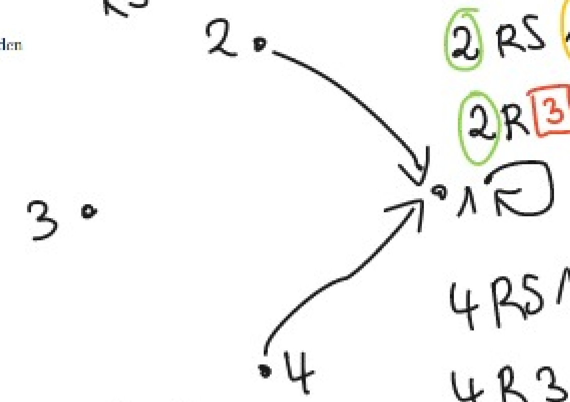




$3R^{-1}2$, da
$2R3$

i) $RS = \{(a,b) \in \{1,2,3,4\} \mid \exists c \in \{1,2,3,4\}: aRc \wedge cSb\}$

RS

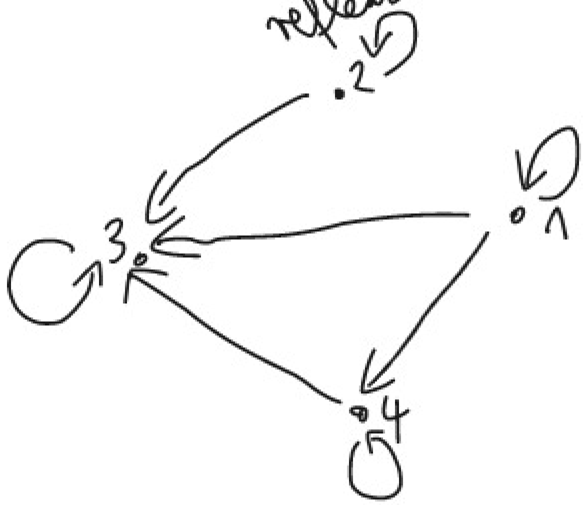


$2\,RS\,1$, da
$2R\boxed{3} \wedge \boxed{3}S1$

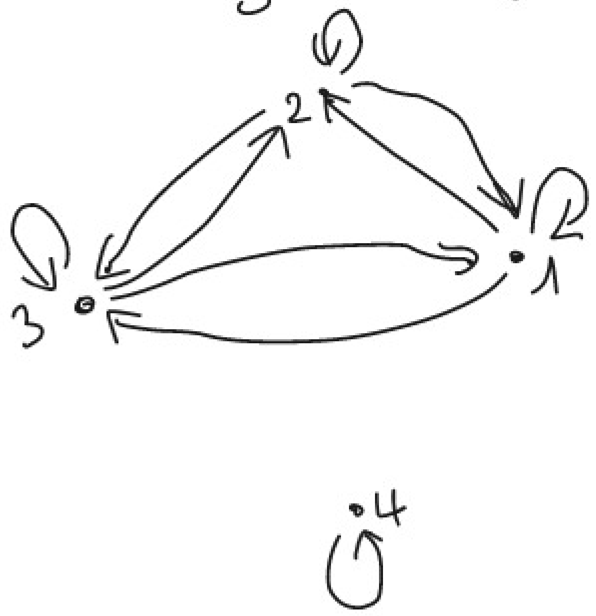
$4RS1$, da
$4R3 \wedge 3S1$

$1RS1$, da
$1R3 \wedge 3S1$

iv) R^* = die kleinste Relation, die reflexiv und transitiv ist und R enthält



S^* = reflexive, transitive Hülle von S

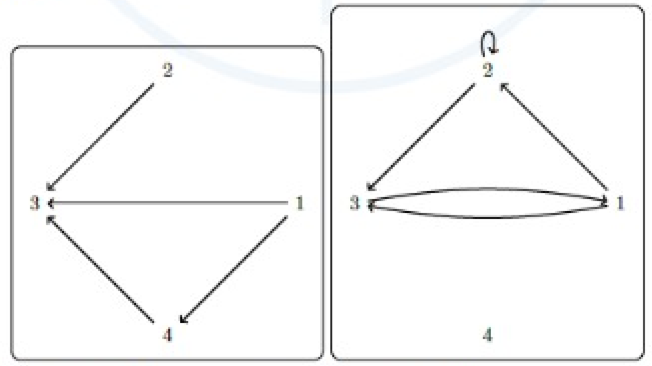


▷ Für später: inverse Relation $R^{-1} := \{(b,a) \mid (a,b) \in R\}$.

▷ Z.B. $\leq_{\mathbb{R}}^{-1} = \geq_{\mathbb{R}}$.

Aufgabe 3.1

Wir betrachten erneut die Relationen R (links) und S (rechts) über der Grundmenge $[4]$ aus Aufbabe 2.3 von Übungsblatt 2.



S ist nicht transitiv, da
$3S1 \wedge 1S2$
aber $(3,2) \notin S$

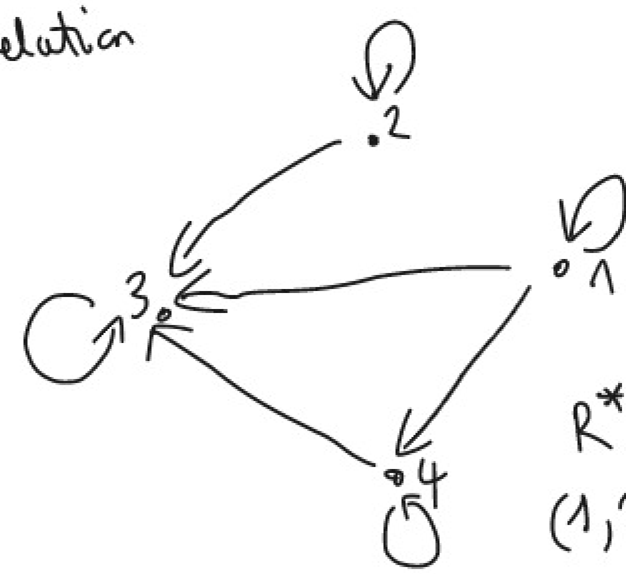
Geben Sie für die folgenden Relationen an, ob es sich um eine Äquivalenzrelation oder eine (partielle) Ordnung handelt.

(i) R (ii) S (iii) R^* (iv) $(R \cap R^{-1})^*$ (v) $(S \cup S^{-1})^*$ (vi) $(S \setminus S^2)^*$

A Menge
$R \subseteq A \times A$
Äquivalenzrelation, falls
1) R reflexiv, d.h.
$\forall a \in A : aRa$
2) R symmetrisch, d.h.
$\forall a,b \in A : aRb \Rightarrow bRa$
3) R transitiv, d.h.
$\forall a,b,c \in A : aRb \wedge bRc \Rightarrow aRc$

i) R nicht reflexiv, da $\Rightarrow$ keine Äquivalenzrelation
2 R 2 nicht gilt!
R nicht symmetrisch
R ist transitiv

(iii) R^*

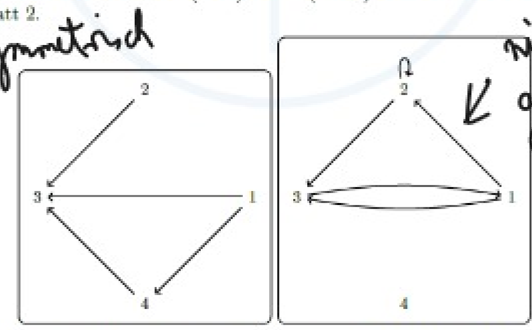


R^* nicht symmetrisch, da
$(1,3) \in R^*$ aber $(3,1) \notin R^*$

Aufgabe 3.1

Wir betrachten erneut die Relationen R (links) und S (rechts) über der Grundmenge $[4]$ aus Aufbabe 2.3 von Übungsblatt 2.

antisymmetrisch



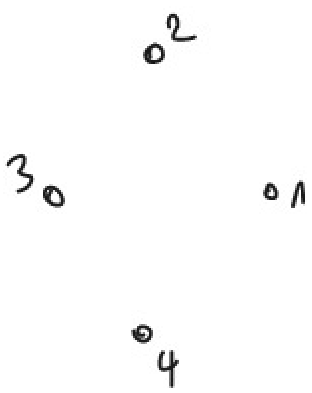
nicht antisymmetrisch, da $(3,1) \in S \wedge (1,3) \in S$
aber $3 \neq 1$

$R \cap S$

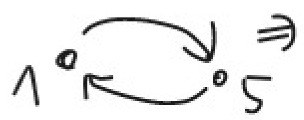
Geben Sie für die folgenden Relationen an, ob es sich um eine Äquivalenzrelation oder eine (partielle) Ordnung handelt.

(i) R (ii) S (iii) R^* (iv) $(R \cap R^{-1})^*$ (v) $(S \cup S^{-1})^*$ (vi) $(S \setminus S^2)^*$

$R \subseteq A \times A$ Relation auf A
R ist antisymmetrisch :$\Leftrightarrow$
$\forall a,b \in A : (a,b) \in R \wedge (b,a) \in R \Rightarrow a = b$

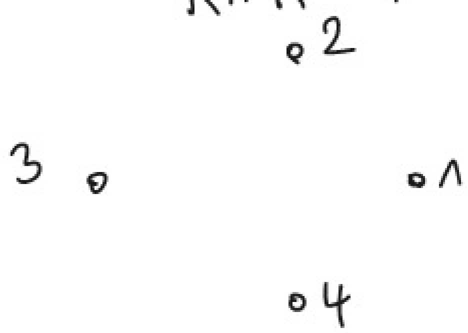


$\forall a,b \in R :$
$(a,b) \in R \Rightarrow (b,a) \in R$

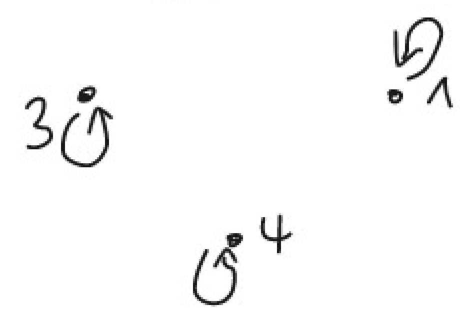


$\Rightarrow$ nicht antisymmetrisch
da $(1,5) \in R$ und $(5,1) \in R$
aber $1 \neq 5$

$R \cap R^{-1} = \emptyset$



Äquivalenzrelation
$\Downarrow$
$(R \cap R^{-1})^*$



$\exists a,b,c \in A :$
$aRb \wedge bRc \wedge (a,c) \notin R$
$\Leftrightarrow$ R nicht transitiv

partielle Ordnung:
1) reflexiv
2) transitiv
3) antisymmetrisch

miro

Aufgabe 1 (5 Punkte)

Gegeben sei eine Menge S von Bewohnerinnen und Bewohnern des Saarlandes, wobei wir der Einfachheit halber annehmen, dass keine zwei Personen in S exakt gleiche Körpergröße haben. Wir definieren für $x, y \in S$ folgende Relationen:

- xR_1y : x ist mindestens gleich groß wie y
- xR_2y : x ist mindestens gleich groß und mindestens gleich schwer wie y
- xR_3y : x ist mindestens gleich groß oder mindestens gleich schwer wie y
- xR_4y : x hat dieselbe Mutter wie y
- xR_5y : x hat denselben Onkel wie y nicht reflexiv

Stellen Sie für jede der Relationen fest, ob es sich um eine Teilordnung, eine Totalordnung, eine Äquivalenzrelation handelt.

$\forall a, b \in S: aSb \land bSa \Rightarrow a = b$