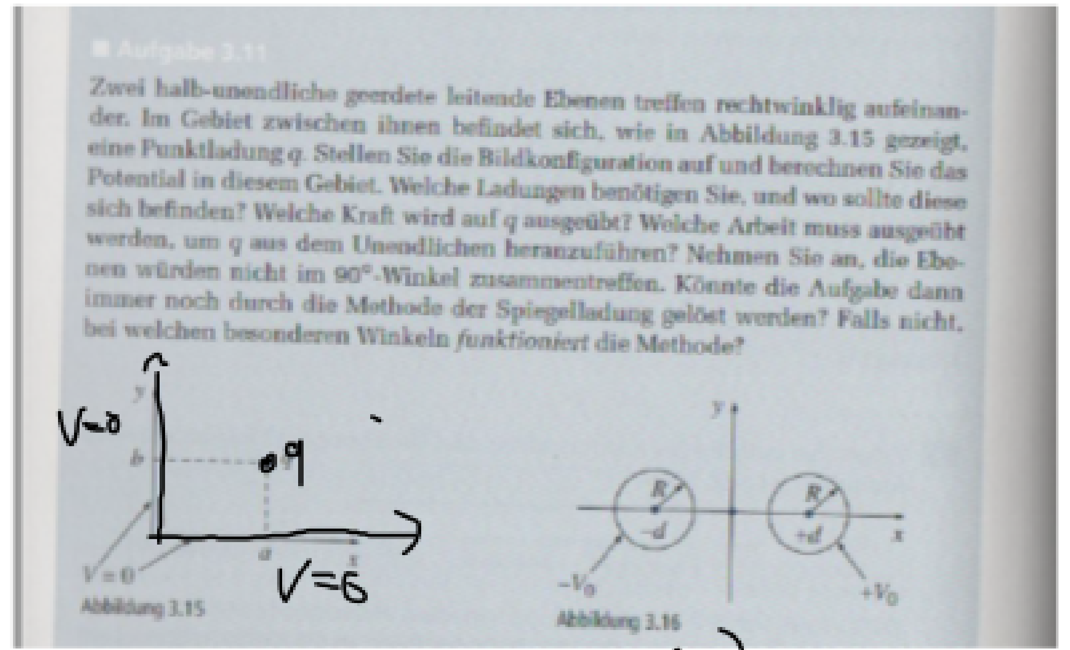
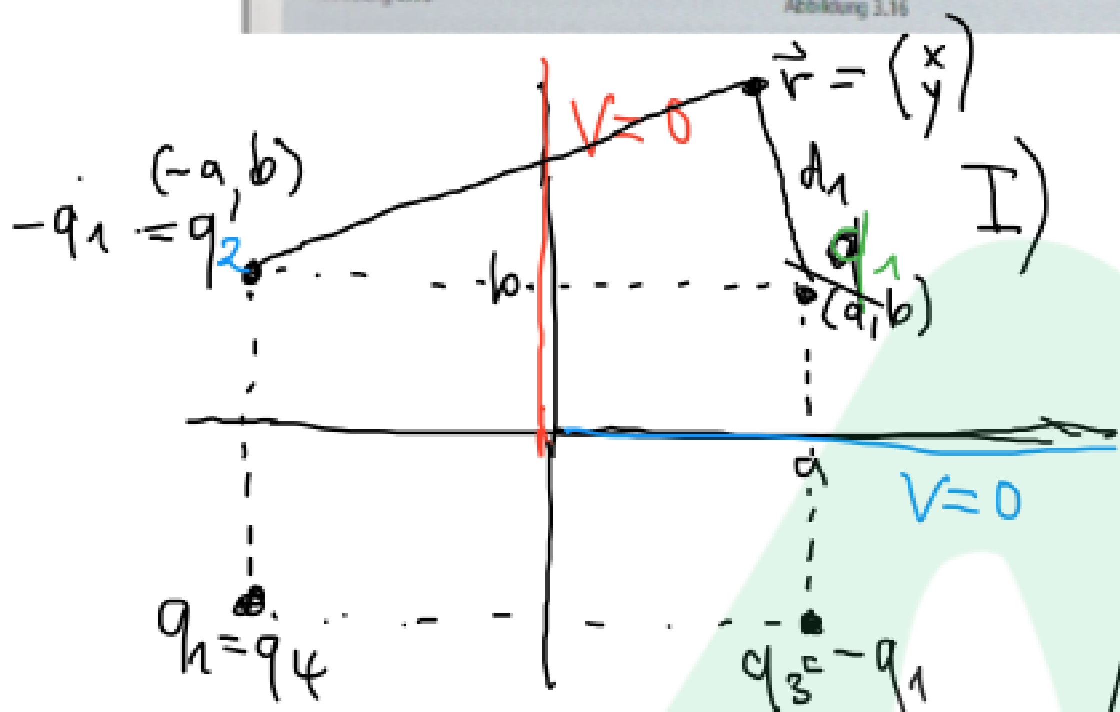

■ Aufgabe 3.11

Zwei halb-unendliche geerdete leitende Ebenen treffen rechtwinklig aufeinander. Im Gebiet zwischen ihnen befindet sich, wie in Abbildung 3.15 gezeigt, eine Punktladung q. Stellen Sie die Bildkonfiguration auf und berechnen Sie das Potential in diesem Gebiet. Welche Ladungen benötigen Sie, und wo sollte diese sich befinden? Welche Kraft wird auf q ausgeübt? Welche Arbeit muss ausgeübt werden, um q aus dem Unendlichen heranzuführen? Nehmen Sie an, die Ebenen würden nicht im 90°-Winkel zusammentreffen. Könnte die Aufgabe dann immer noch durch die Methode der Spiegelladung gelöst werden? Falls nicht, bei welchen besonderen Winkeln *funktioniert* die Methode?

(x_1, y_1) $\quad d = \sqrt{(x_1-x_2)^2 + (y_1-y_2)^2}$ $\quad (x_2, y_2)$



$$V(\vec{r}) = V\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q_1}{\underbrace{\sqrt{(x-a)^2+(y-b)^2}}_{=d_1}} + \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{\overset{-q_1}{\overset{\shortparallel}{q_3}}}{\sqrt{(x-a)^2+(y+b)^2}}$$

$$+ \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{(-q_1)}{\underbrace{\sqrt{(x+a)^2+(y-b)^2}}_{=d_2}} + \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{\overset{q_1}{\overset{\shortparallel}{q_4}}}{\sqrt{(x+a)^2+(y+b)^2}}$$

$$V\left(\begin{pmatrix} 0 \\ y \end{pmatrix}\right) \overset{!}{=} 0$$

$$V\left(\begin{pmatrix} 0 \\ y \end{pmatrix}\right) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q_1}{\sqrt{a^2+(y-b)^2}} + \frac{\overset{-q_1}{\overset{\shortparallel}{q_2}}}{\sqrt{a^2+(y-b)^2}} + \frac{\overset{-q_1}{\overset{\shortparallel}{q_3}}}{\sqrt{a^2+(y+b)^2}} + \frac{\overset{q_1}{\overset{\shortparallel}{q_4}}}{\sqrt{a^2+(y+b)^2}}\right) = 0$$

$$V\left(\begin{pmatrix} x \\ 0 \end{pmatrix}\right) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \left(\frac{q_1}{\sqrt{(x-a)^2+b^2}} + \frac{\overset{-q_1}{\overset{\shortparallel}{q_2}}}{\sqrt{(x+a)^2+b^2}} + \frac{\overset{-q_1}{\overset{\shortparallel}{q_3}}}{\sqrt{(x-a)^2+b^2}} + \frac{\overset{q_1}{\overset{\shortparallel}{q_4}}}{\sqrt{(x+a)^2+b^2}}\right) = 0$$

$$V\left(\begin{pmatrix} x \\ 0 \end{pmatrix}\right) \overset{!}{=} 0$$

In $G = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2 \,\middle|\, x \geq 0,\ y \geq 0 \right\}$

V löst $\Delta V(\vec{r}) = \frac{q_1}{\varepsilon_0} \cdot \delta\left(\vec{r} - \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}\right) = \frac{\rho(\vec{r})}{\varepsilon_0}$

mit der Randbedingung

$$V\left(\begin{pmatrix} x \\ 0 \end{pmatrix}\right) = 0, \quad V\left(\begin{pmatrix} 0 \\ y \end{pmatrix}\right) = 0 \quad \forall x, y \in \mathbb{R}_{\geq 0}$$

$$\boxed{V(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \sum_i \frac{q_i}{|\vec{r}_i - \vec{r}|}}$$

löst $\Delta V(\vec{r}) = \frac{1}{\varepsilon_0} \sum_i q_i \,\delta(\vec{r} - \vec{r}_i)$