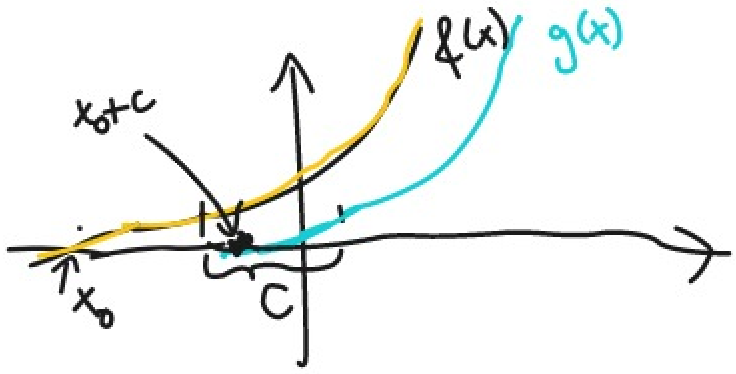


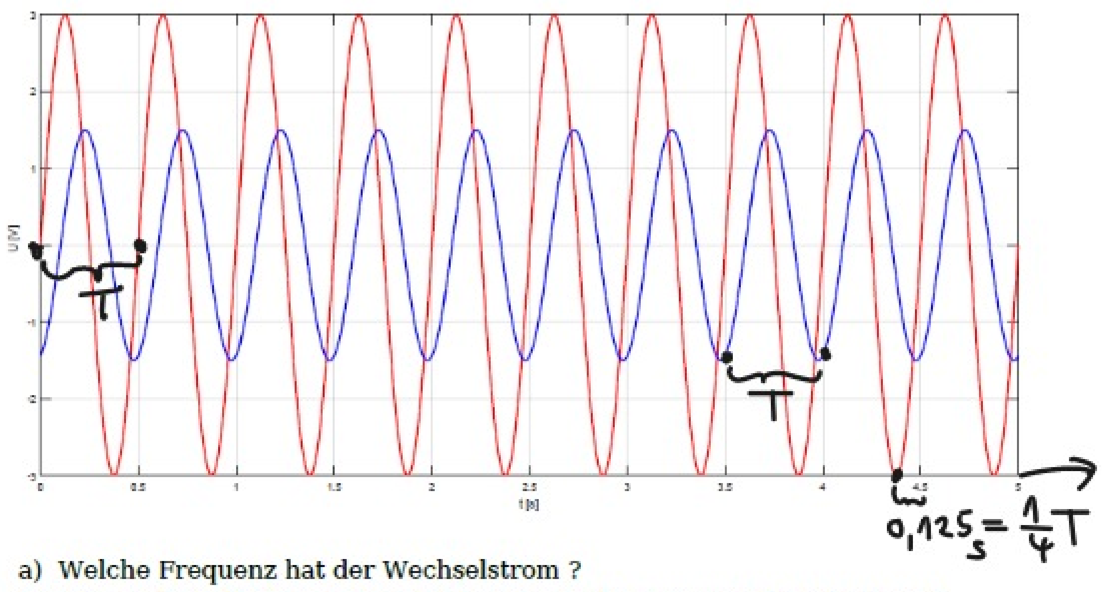
$g(x) = f(x-c)$

$f(x_0) = 0$

$g(x_0+c) = f(x_0 - c + c) = f(x_0) = 0$

Aufgabe 1

Gegeben sind der folgende Spannungsverlauf (rot) und Stromverlauf in mA (blau):



a) Welche Frequenz hat der Wechselstrom ?
b) Wie groß ist die Phasenverschiebung zwischen Spannung und Strom ?
c) Geben Sie die Zeitfunktionen u(t) und i(t) an.
d) Geben Sie die komplexen Funktionen $\underline{u}(t)$ und $\underline{i}(t)$ in der trigonometrischen und der Exponentialform an.

a) $f = \frac{1}{T} = \frac{1}{0{,}5\,s} = 2\,s^{-1}$
$= 2\,Hz$

b) $U(t) = U_0 \cdot e^{i \omega t}$ ← Phase

$J(t) = J_0 \cdot e^{i\omega(t - \frac{1}{4}T)}$
$= J_0 \cdot e^{i \cdot (\omega t - \frac{1}{4} T \cdot \omega)}$

$= J_0 \cdot e^{i(\omega t + \varphi_0)}$ ← Phasenverschiebung

$\Rightarrow \varphi_0 = (-\frac{1}{4}) \cdot T \cdot \omega =$ ← $\boxed{\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f}$

$= (-\frac{1}{4}) \cdot \cancel{T} \cdot \frac{2\pi}{\cancel{T}} = -\frac{1}{4} \cdot 2\pi = -0{,}5\pi = -\frac{1}{2}\pi$

$\Rightarrow$ Der Strom hinkt der Spannung um $\frac{1}{2}\pi$ hinterher.

c) $U(t) = \overset{\text{„}3V}{U_0} \cdot \sin(\omega \cdot t) =$ ← Phase
$= 3V \cdot \sin(\frac{2\pi}{T} \cdot t)$
$= 3V \cdot \sin(2\pi \cdot 2Hz \cdot t)$

$J(t) = J_0 \cdot \sin(\omega t + \varphi_0) =$
$= 1{,}5\,mA \cdot \sin(2\pi \cdot 2Hz \cdot t - \frac{1}{2}\pi)$

d) $U(t) = \overset{\text{Amplitude}}{U_0} \cdot e^{i \cdot \omega t}$ ← Phase
$= 3V \cdot e^{i \cdot 2\pi \cdot 2Hz \cdot t}$

$J(t) = J_0 \cdot e^{i(\omega t + \varphi_0)} =$
$= 1{,}5\,mA \cdot e^{i(2\pi \cdot 2Hz \cdot t - \frac{1}{2}\pi)}$

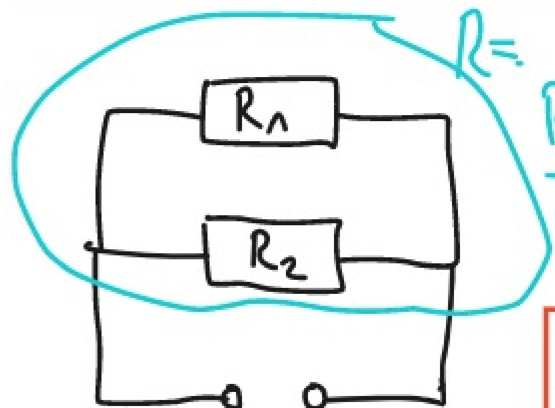
$\boxed{i^2 = -1}$

Eulersche Formel
$\forall x \in \mathbb{R}$:
$e^{ix} = \cos x + i \cdot \sin(x)$

$U(t) = U_0 \cdot e^{i\omega t} =$
$= U_0 \cdot (\cos(\omega t) + i \cdot \sin(\omega t))$
$= 3V \cdot (\cos(2\pi \cdot 2Hz \cdot t) + i \cdot \sin(2\pi \cdot 2Hz \cdot t))$

$J(t) = J_0 \cdot e^{i(\omega t + \varphi_0)}$
$= J_0 \cdot (\cos(\omega t + \varphi_0) + i \cdot \sin(\omega t + \varphi_0))$
$= 1{,}5\,mA \cdot (\cos(2\pi \cdot 2Hz \cdot t - \frac{1}{2}\pi) + i \cdot \sin(2\pi \cdot 2Hz \cdot t - \frac{1}{2}\pi))$

miro



$R = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$ oder $\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$

$R^{-1} = R_1^{-1} + R_2^{-1}$

$$\boxed{Z_C = \frac{1}{i\omega C}}$$

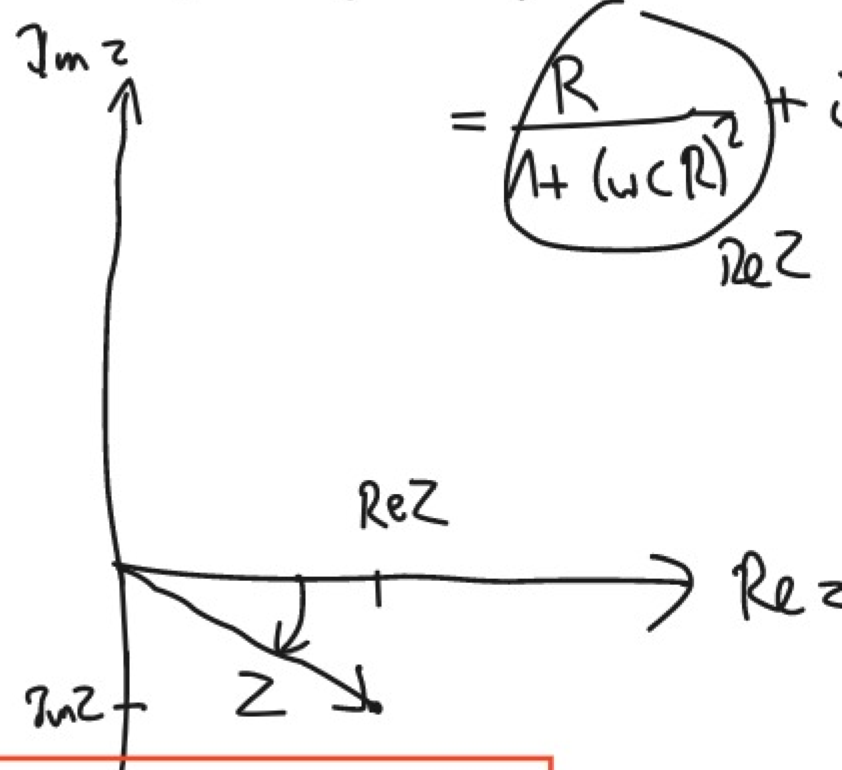
$$Z = \frac{R \cdot Z_c}{R + Z_c} = \frac{R \cdot \frac{1}{i\omega C}}{R + \frac{1}{i\omega C}} = \frac{R}{i\omega C \cdot R + 1} = \frac{R}{1 + i\omega C \cdot R}$$

$$= \frac{R \cdot (1 - i\omega C \cdot R)}{(1 + i\omega CR)(1 - i\omega CR)}$$

$$\boxed{(a+b) \cdot (a-b) = a^2 - b^2}$$

$$= \frac{R \cdot (1 - i\omega CR)}{1 - i^2(\omega CR)^2} = \frac{R \cdot (1 - i\omega CR)}{1 + (\omega CR)^2}$$

$$= \underbrace{\frac{R}{1 + (\omega CR)^2}}_{Re Z} + i \cdot \frac{-\omega CR}{1 + (\omega CR)^2}$$

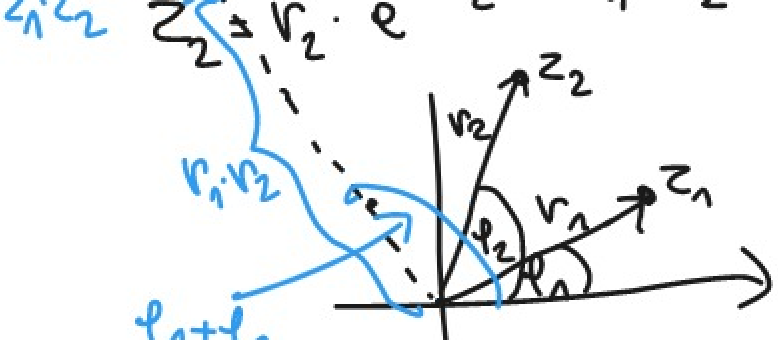


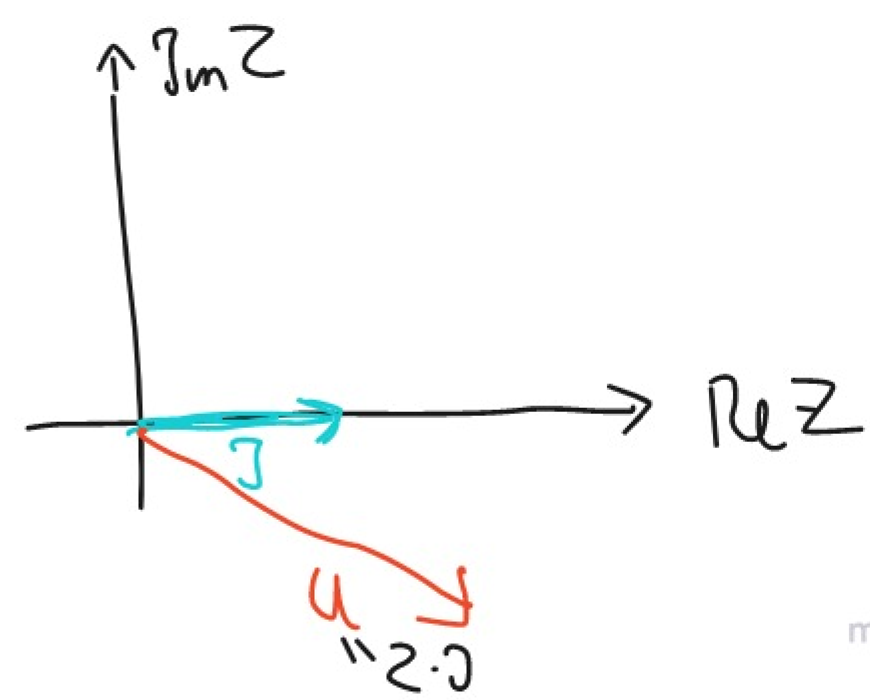
$$Z = \frac{U}{J}$$

$$\Rightarrow Z \cdot J = U$$

$$z_1 = r_1 \cdot e^{i\varphi_1}$$

$$z_2 = r_2 \cdot e^{i\varphi_2} \qquad z_1 \cdot z_2 = r_1 \cdot r_2 \cdot e^{i(\varphi_1 + \varphi_2)}$$

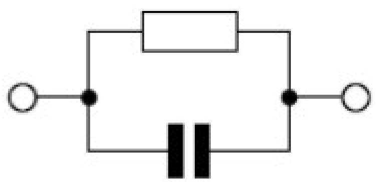




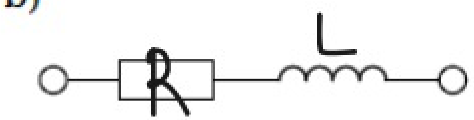
Aufgabe 2

Skizzieren Sie die qualitativen Zeigerbilder der Ströme und Spannungen in der komplexen Ebene für folgende Zweipole, wenn eine Wechselspannung anliegt:

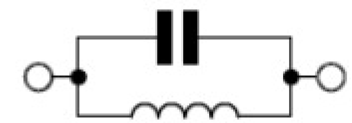
a)

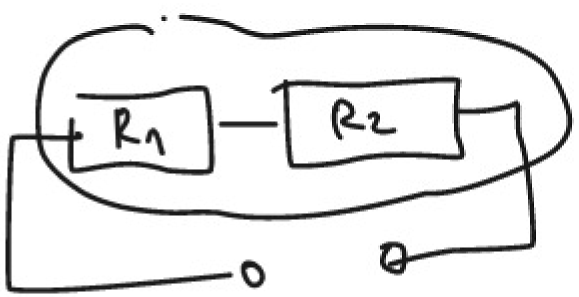


b)



c)

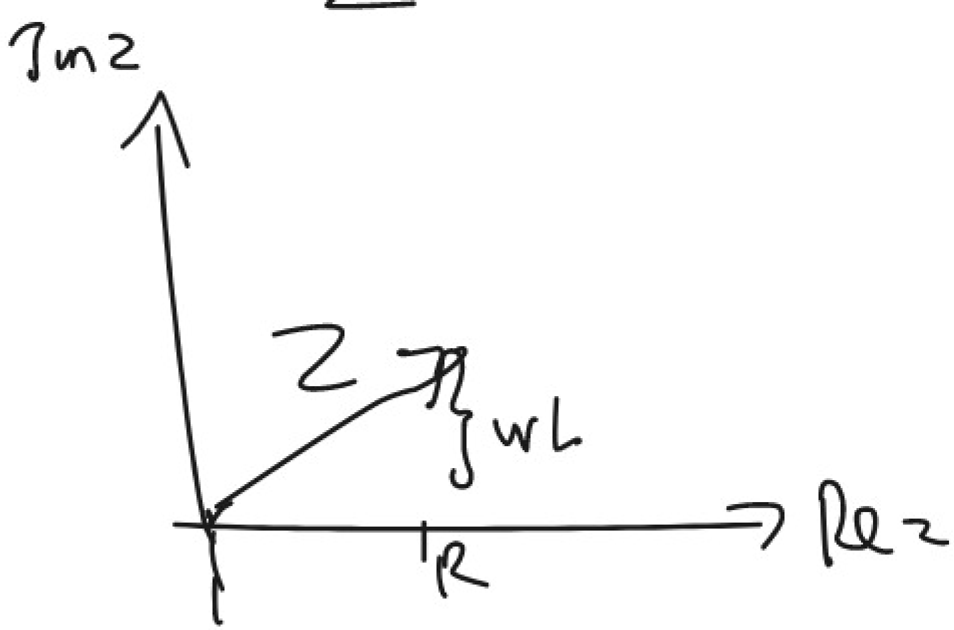


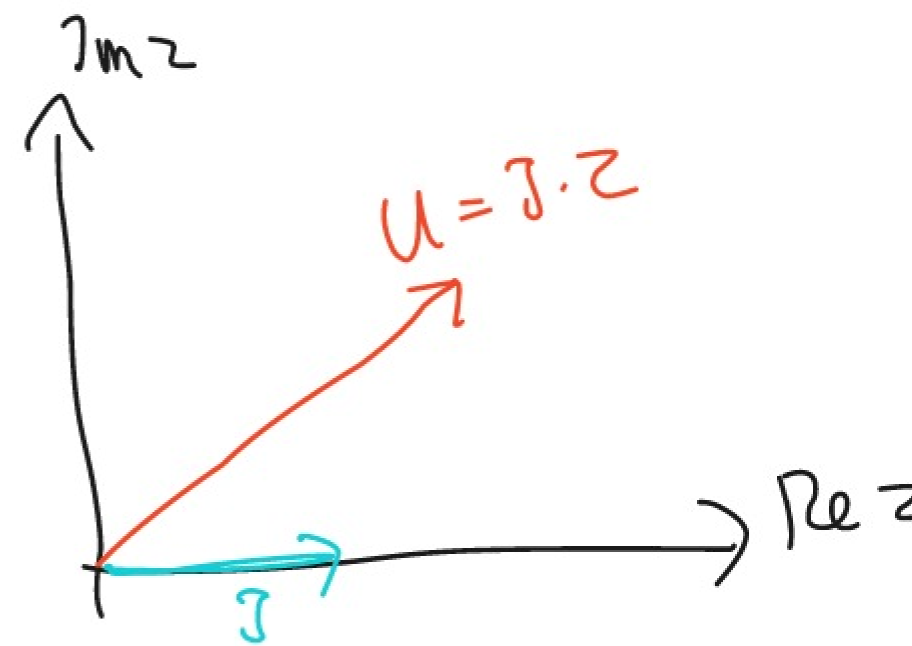


$R = R_1 + R_2$

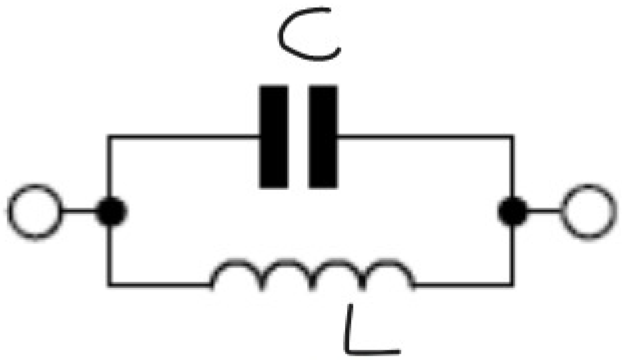
$\boxed{R_L = i \cdot w \cdot L}$

$Z = R + i \cdot w \cdot L$





c)



$$R_C = \frac{1}{i\omega C}$$

$$R_L = i\omega L$$

$$Z = \frac{\frac{1}{i\omega C} \cdot i\omega L}{\frac{1}{i\omega C} + i\omega L} = \frac{i\omega L}{i\omega C \cdot \left(\frac{1}{i\omega C} + i\omega L\right)} =$$

$$= \frac{i\omega L}{1 + i\omega C \cdot i\omega L}$$

$$x \cdot \frac{1}{x} = 1$$

$$= \frac{i\omega L}{1 - \omega^2 C L} = 0 + i \cdot \frac{\omega L}{\omega^2 \cdot C \cdot L}$$