Teil III: Rechenaufgaben

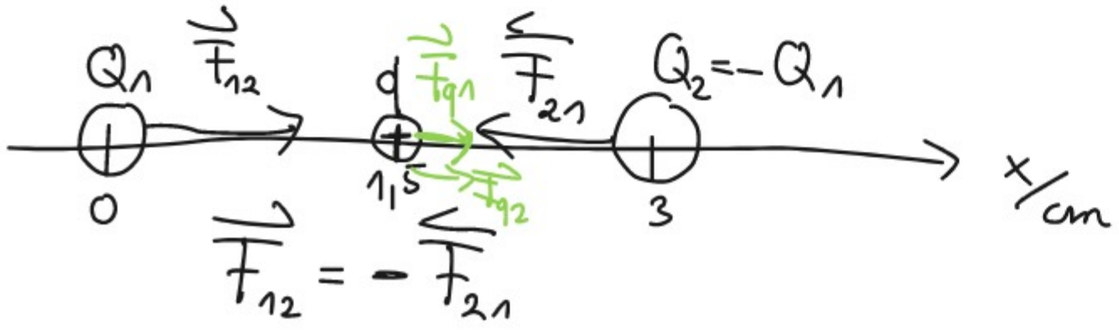
Aufgabe 10

Eine positive ($Q_1 = 4\ \mu C$) und eine negative Punktladung ($Q_2 = -Q_1$) befinden sich auf der x-Achse und haben die Koordinaten $x_1 = 0$ und $x_2 = 3$ cm.

a) Berechnen Sie den Betrag der elektrischen Feldstärke $E(A)$ im Punkt A bei $x = 1{,}5$ cm.

Ersatzergebnis: $E(A) = 3{,}06 \cdot 10^8$ V/m

b) In welchem Abstand r von A senkrecht zur x-Achse beträgt die elektrische Feldstärke nur noch $p = 0{,}5\%$ von $E(A)$?



$$\vec{E}(1{,}5) = \frac{\text{Kraft auf Probeladung } q \text{ bei } x=1{,}5}{q} = \frac{F_{q1} + F_{q2}}{q} =$$

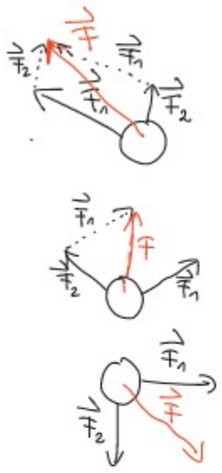
$$F_{q1} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{Q_1 \cdot q}{(1{,}5\,\text{cm})^2}$$

$$F_{q2} = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{Q_2 \cdot q}{(1{,}5\,\text{cm})^2}$$

$$= \frac{\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q_1 \cdot q}{(1{,}5\,\text{cm})^2} - \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{\overset{-Q_1}{\overset{\shortparallel}{Q_2}} \cdot q}{(1{,}5\,\text{cm})^2}}{q}$$

$$= \frac{\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{Q_1 \cdot q}{(1{,}5\,\text{cm})^2} \cdot \underbrace{(1+1)}_{=2}}{q} =$$

$$= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{4 \cdot 10^{-6}\,\text{C}}{(1{,}5 \cdot 10^{-2}\,\text{m})^2} \cdot 2 \approx 3{,}20 \cdot 10^8\ \frac{\text{V}}{\text{m}}$$



$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$

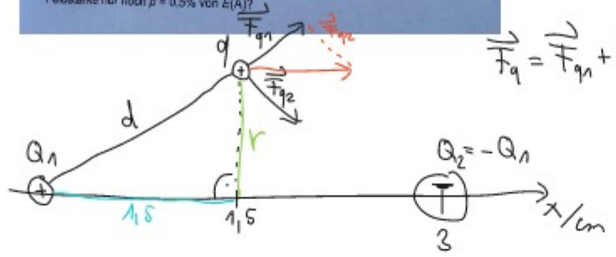
Aufgabe 19

Eine positive ($Q_1 = 4\ \mu C$) und eine negative Punktladung ($Q_2 = -Q_1$) befinden sich auf der x-Achse und haben die Koordinaten $x_1 = 0$ und $x_2 = 3$ cm.

a) Berechnen Sie den Betrag der elektrischen Feldstärke $E(A)$ im Punkt A bei $x = 1{,}5$ cm.

Ersatzergebnis: $E(A) = 3{,}06 \cdot 10^8$ V/m

b) In welchem Abstand r von A senkrecht zur x-Achse beträgt die elektrische Feldstärke nur noch $p = 0{,}5\%$ von $E(A)$?

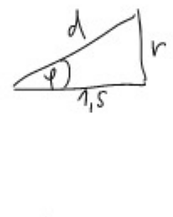


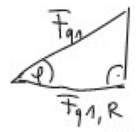
$\vec{F}_q = \vec{F}_{q1} + \vec{F}_{q2}$

$F_{q1} = \frac{1}{4\pi \cdot \varepsilon_0} \cdot \frac{Q_1 \cdot q}{d^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{Q_1 \cdot q}{r^2 + (1{,}5\,cm)^2}$

$d^2 = r^2 + (1{,}5\,cm)^2$

$F_{q2} = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{Q_2 \cdot q}{d^2} = F_{q1}$





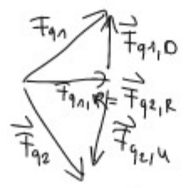
$\cos\varphi = \frac{AK}{\text{Hypotenuse}} = \frac{F_{q1,R}}{F_{q1}} = \frac{1{,}5}{d}$

$\Rightarrow F_{q1,R} = \frac{1{,}5}{d} \cdot F_{q1}$

$F_q = 2 \cdot F_{q1,R} = 2 \cdot \frac{1{,}5}{d} \cdot \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{Q_1 \cdot q}{d^2} \overset{!}{=} 0{,}5\% \cdot 3{,}2 \cdot 10^8 \frac{V}{m} \cdot q$

$= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot 2 \cdot \frac{Q_1}{(1{,}5\,cm)^2}$

| : q



$\vec{F}_{q1,0} + \vec{F}_{q2,4} = \vec{0}$

$\frac{1{,}5\,cm}{d^3} = \frac{0{,}5\%}{(1{,}5\,cm)^2}$ | ( )$^{-1}$

$\frac{d^3}{1{,}5\,cm} = \frac{(1{,}5\,cm)^2}{0{,}5\%}$ | $\cdot 1{,}5\,cm$

$d^3 = \frac{(1{,}5\,cm)^3}{0{,}005}$ | $\sqrt[3]{\ }$

$d = \frac{1{,}5}{\sqrt[3]{0{,}005}}$

$d^2 = \left(\frac{1{,}5}{\sqrt[3]{0{,}005}}\right)^2$

$1\% = 0{,}01$

$10\% = 0{,}1$

$0{,}5\% = 0{,}005$

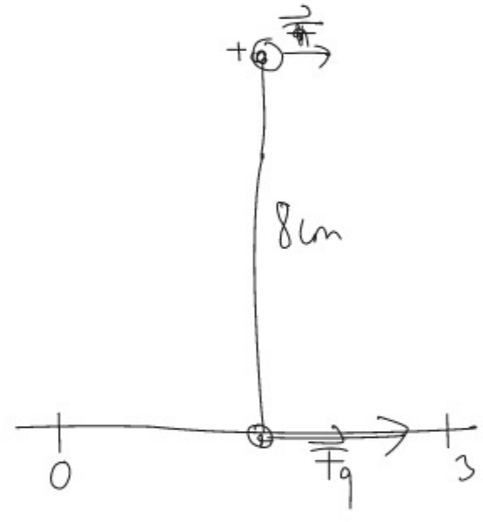
$5\% = 0{,}05$

$d^2 = (1{,}5\,cm)^2 + r^2$

$(1{,}5\,cm)^2 + r^2 = \left(\frac{1{,}5}{\sqrt[3]{0{,}005}}\right)^2$

$r = \sqrt{\left(\frac{1{,}5\,cm}{\sqrt[3]{0{,}005}}\right)^2 - (1{,}5\,cm)^2}$

$\approx 8{,}64\,cm$



UNIVERSITÄT PADERBORN

3.3 Die magnetische Feldstärke *H*

Beispielaufgabe:

Zwei geradlinige lange Leiter verlaufen in einem Abstand von 10 cm parallel zueinander. Sie werden in gleicher Richtung von den Strömen $I_1 = 1{,}15$ A und $I_2 = 2{,}25$ A durchflossen.

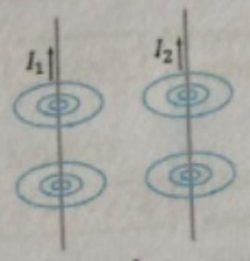
Gesucht ist die magnetische Feldstärke in einem Punkt in der von den Leitern aufgespannten Ebene, der

a) von beiden Leitern gleich weit entfernt ist;

b) 2 cm von Leiter 1 und 8 cm von Leiter 2 entfernt ist;

c) 2 cm von Leiter 1 und 12 cm von Leiter 2 entfernt ist.

d) In welchen Punkten ist die magnetische Feldstärke gleich null?



$$H = \frac{I}{2\pi r}$$

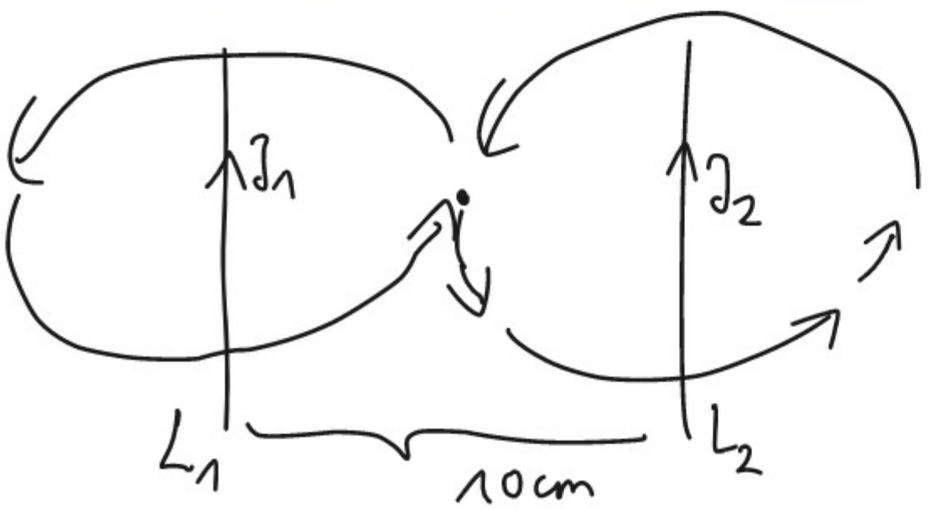
$$[H] = \mathrm{A/m}$$

a) $r_1 = r_2 = 5$ cm

$H = (1/(2\pi))\,(-I_1/r_1 + I_2/r_2) \approx 3{,}50$ A/m

b) $r_1 = 2$ cm, $r_2 = 8$ cm

$(1/(2\pi))\,(-I_1/r_1 + I_2/r_2) \approx -4{,}68$ A/m



$$H = \frac{J}{2\pi r}$$

$$B = \mu_0 \cdot H$$

$$= \frac{\mu_0 \cdot J}{2\pi r}$$

$$B = B_2 - B_1 = \mu_0 \cdot H_2 - \mu_0 \cdot H_1$$

$$= \frac{\mu_0 \cdot J_2}{2\pi \cdot (5\,\mathrm{cm})} - \frac{\mu_0 \cdot J_1}{2\pi \cdot (5\,\mathrm{cm})}$$

$$= \frac{\mu_0}{2\pi \cdot 5\,\mathrm{cm}} \cdot (J_2 - J_1) \approx 4{,}4 \cdot 10^{-6}\ \mathrm{T}$$

$J_2 = 2{,}25\,\mathrm{A}$, $J_1 = 1{,}15\,\mathrm{A}$, $5\,\mathrm{cm} = 5 \cdot 10^{-2}\,\mathrm{m}$

$\vec{B}$ zeigt zu uns her

$$H = \frac{B}{\mu_0} = 3{,}5$$