Aufgabe 1 Sei $\Sigma = \{a, b, c\}$. *22 Punkte*

(a) Sei $L_1 = L((c(a|b)^*b)^*)$.

(i) Welche der Wörter ε, abc, $cbcabab$, $cbbabccb$ gehören zu L_1?

(ii) Geben Sie einen NFA M für L_1 mit 2 oder 3 Zuständen an.

(iii) Geben Sie einen Minimal-DFA für L_1 an. Begründen Sie seine Minimalität.

(iv) Geben Sie den Index der Nerode-Relation $\sim_{L_1}$ an (mit Begründung). Geben Sie ein Repräsentantensystem für $\sim_{L_1}$ an.

(b) Sind die folgenden Sprachen regulär? Begründen Sie.

(i) $L_2 = \{a^n b^n \mid n \geq 0\}^*$ (ii) $L_3 = L_1 \cap L_2$

$\tilde{L}_2 = \{a^n b^n \mid n \geq 0\}$

$L_2 = \tilde{L}_2^*$

$u \approx_{L_2} v \Leftrightarrow \forall z \in \Sigma^*:$

$uz \in L_2 \Leftrightarrow vz \in L_2$

b) $\underbrace{ab}_{\in \tilde{L}_2}\ \underbrace{aabb}_{\in \tilde{L}_2} \in L_2$

$ab \in L_2$

$aab \notin L_2$

$\Rightarrow a \not\approx_{L_2} aa$

$[a] = \{a, aabba, a^7b^7a^3b^3a, \ldots\}$

$[aa] = \{aa, \ldots\}$

$[aaa]$

$[aaaa]$

$[a^i]$ $i \in \mathbb{N}$ sind unendlich viele verschiedene Äquivalenzklassen

$\Rightarrow L_2$ nicht regulär

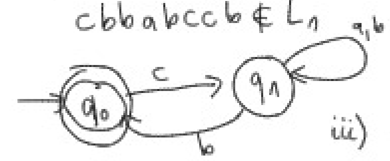
$L_3 = L_1 \cap L_2 = \emptyset$

$\Rightarrow L_3$ ist regulär

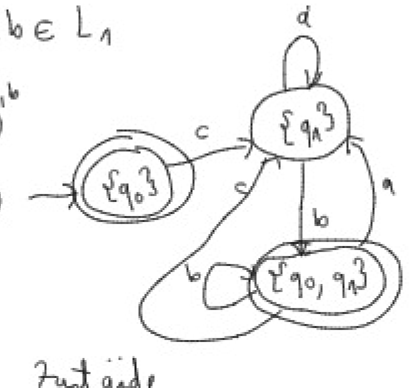
i) $\varepsilon \in L_1$, $abc \notin L_1$, $cbcabab \in L_1$

$cbbabccb \notin L_1$

ii)



iii)



(iv) $\left|\Sigma^* /_{\sim_{L_1}}\right| = 3$, da Minimale Automat 3 Zustände hat.

$[c] = \{c, cba, caba, caaba, \ldots\}$

$= \{w \in \Sigma^* \mid \hat{\delta}(\{q_0\}, w) = \{q_1\}\}$

$[\varepsilon] = \{\varepsilon\}$

$[cb] = \{cb, cab, cbcb, \ldots\}$

$= \{w \in \Sigma^* \mid \hat{\delta}(\{q_0\}, w) = \{q_0, q_1\}\}$

$R = \{c, cb, \varepsilon\}$

$q_1 \not\approx q_2 \Leftrightarrow \forall z \in \Sigma^*:$

$\hat{\delta}(q_1, z) \in F \Leftrightarrow$

$\hat{\delta}(q_2, z) \in F$

$(\hat{\delta}(\{q_0\}, cb) \in F$ und

$\hat{\delta}(\{q_1\}, cb) \notin F$

$\Rightarrow \{q_0\} \not\approx \{q_1\}$

$\hat{\delta}(\{q_0\}, ab) \notin F$

$\hat{\delta}(\{q_0, q_1\}, ab) = \{q_0, q_1\} \in F$

$\Rightarrow \{q_0\} \not\approx \{q_0, q_1\}$

$\hat{\delta}(\{q_0, q_1\}, \varepsilon) = \{q_0, q_1\} \in F$

$\hat{\delta}(\{q_1\}, \varepsilon) = \{q_1\} \notin F$

$\Rightarrow \{q_0, q_1\} \not\approx \{q_1\}$

$L = \{ab, aab, aaab$

$S \to aScS$

$\to abcb$

Aufgabe 3 Betrachten Sie die Sprache $L = L(G)$ für die Grammatik *24 Punkte*

$G = (\{S\}, \{a, b, c\}, P, S)$ mit $P: \quad S \to aS,\ aScS,\ b$.

(a) Geben Sie zwei verschiedene Rechtsableitungen für das Wort $aabcb$ an.

(b) Wandeln Sie G nach dem Vorlesungsverfahren in einen PDA für L um.

(c) Geben Sie eine Grammatik G' mit $L(G') = L$ in Chomsky-Normalform an.

(d) Geben Sie für jede der folgenden Eigenschaften ein Wort $w \in L$ an, das die jeweilige Eigenschaft erfüllt, oder begründen Sie, warum ein solches Wort w in L nicht vorkommt.

(i) $\#_b(w) \geq \#_a(w)$

(ii) $\#_a(w) < \#_c(w)$

(e) Geben Sie entweder einen regulären Ausdruck für L an oder beweisen Sie, dass es keinen geben kann.

G':

$A \to a$

$B \to b$

$C \to c$

$S \to AS$

$S \to b$

$D \to AS$

$F \to CS$

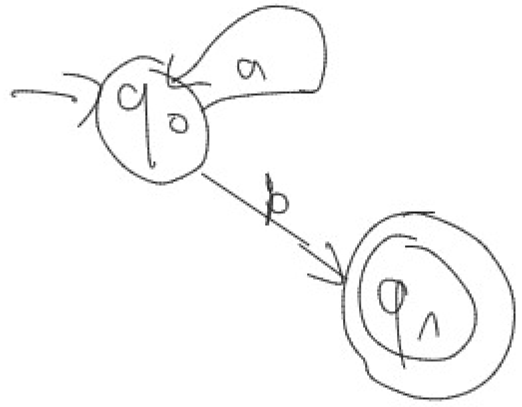
$S \to DF$

e) $[a$

lauter verschiedene Äquivalenzklassen

$a \not\approx_L aa$, da

$a \cdot \in L$ $aa \notin L$



d) i) $w = abcb$

$\#_b(w) = 2 \geq 1 = \#_a(w)$

$w = aabcb$

$w = b$

$w = ab$

ii) gilt's nicht, wegen $S \to aScS$

a) $S \to aScS \to aScb \to aaScb \to aabcb$

$S \to aS \to aaScS \to aaScb \to aabcb$

b)