

Aufgabe 3

15 Punkte

Lokalisieren Sie folgende Sprachen möglichst exakt innerhalb der Chomsky-Hierarchie, d.h. geben Sie ohne Begründung jeweils das größte $i \in \{0, 1, 2, 3\}$ an, sodass die Sprache L_j eine Typ- i -Sprache ist.

- (a) $L_1 = \{xy \mid x, y \in \{0, 1, 2\}^*, |x| = |y|\}$
- (b) $L_2 = \{x2y \mid x, y \in \{0, 1\}^*, |x| = |y|\}$
- (c) L_3 ist das Komplement einer endlichen Sprache
- (d) $L_4 = \{a^i b^k a^i b^k \mid i, k \geq 1\}$
- (e) $L_5 = \{a^i b^j a^k b^k \mid i, k \geq 1\}$

e) $S \rightarrow S_1 S_2$
 $S_1 \rightarrow a S_1 b \Rightarrow L_5$ *kontextfrei*
 $S_1 \rightarrow ab$
 $S_2 \rightarrow a S_2 b$
 $S_2 \rightarrow ab$

$abab \rightarrow S_1 S_2 \rightarrow aABb$
 $\rightarrow aBABb$
 $\rightarrow abab$

G:

d) $S \rightarrow S_1 S_2$
 $S_1 \rightarrow A S_1 A$
 $S_2 \rightarrow B S_2 B$

$a a A A B B b b$
 $a a B A A B b b$
 $a a b A A B b$
 $a a b B A A b$
 $a a b b A a b$

$S \rightarrow S_1 S_2$
 $S_1 \rightarrow a S_1 A$
 $S_2 \rightarrow B S_2 b$
 $AB \rightarrow BA$
 $aB \rightarrow ab$
 $bB \rightarrow bb$
 $Ab \rightarrow ab$
 $Aa \rightarrow aa$

\Rightarrow Typ 1

G:

$S \rightarrow AS', AY, BX, CS, c; S' \rightarrow BC; X \rightarrow AS, BX', a; X' \rightarrow XX;$
 $Y \rightarrow BS, AY', b; Y' \rightarrow YY; A \rightarrow a; B \rightarrow b; C \rightarrow c.$

Eingabe: $w = w_1 w_2 \dots w_n$

Idee
 Definieren für $1 \leq i < j \leq (n+1)$ Teilmenge von V :
 $N[i, j] := \{A \in V \mid A \vdash_2^* w_i \dots w_j\}$
 Falls alle $N[i, j]$ bekannt, dann $w \in L(G) \Leftrightarrow S \in N[1, n+1]$

wesentliche Aufgabe
 Berechne die $N[i, j]$ und prüfe $S \in N[1, n+1]$.

Start (Schritt 1)
 Berechne die $N[i, i+1] = \{A \in V \mid A \vdash_2^* w_i\}$, $1 \leq i \leq n$
 Diese Mengen sind leicht zu bestimmen, indem man die Regeln von G einmal durchsucht.

$y = aababb \in L(G)$

$\begin{matrix} a & a & b & a & b & b \\ \{X, A\} & \{A, X\} & \{Y, B\} & \{X, A\} & \{Y, B\} & \{Y, B\} \\ \{X'\} & \{S\} & \{S\} & \{S\} & \{Y'\} & \{Y'\} \\ \{X\} & \{X\} & \{Y\} & \{S\} & \{S\} & \{S\} \\ \{ \} & \{ \} & \{ \} & \{ \} & \{ \} & \{ \} \\ \{ \} & \{ \} & \{ \} & \{ \} & \{ \} & \{ \} \\ \{S\} & & & & & \end{matrix}$

$\Rightarrow aababbe \in L(G)$

Aufgabe 2

25 Punkte

Betrachten Sie die Grammatik $G = (\{S, B, A, C, D, E\}, \{a, b\}, P, S)$ mit

$P: S \rightarrow EC, ED, AC, AD \quad B \rightarrow b \quad A \rightarrow a$
 $C \rightarrow BA \quad D \rightarrow AB \quad E \rightarrow AS$

sowie die folgende unvollständige CYK-Tabelle (Zellen mit ? sind unbekannt, Zellen mit - sind leer), die bei Eingabe der Grammatik G und eines Ihnen unbekanntes Wortes x entsteht:

i/j	1	2	3	4	5	6
1	?	?	?	?	?	?
2		D	?	B	G	
3	S	S	-	S		
4		E	-	-		
5	-	-	-	-	-	
6						?

(a) Welche Variablen der Grammatik G können in der ersten Zeile der CYK-Tabelle vorkommen?

a) nur A und B in erster Buchstabe

- (b) Geben Sie die Zellen $V_{5,1}$, $V_{5,5}$ und $V_{6,1}$ der obigen CYK-Tabelle ohne Begründung an.
- Ist das (Ihnen unbekannt) Eingabewort $x = x_1 \dots x_n$ in $L(G)$? Begründen Sie.
- Für welche $1 \leq i \leq 4$ ist das Teilwort $x_i x_{i+1} x_{i+2}$ in $L(G)$? Begründen Sie.

Hinweis: Mit dem Wissen aus a) genügen die angegebenen Tabellenzellen, um alle gefragten Zellen zu bestimmen.

(c) Geben Sie für das Wort $w = aababa$ eine Linksableitung und einen Syntaxbaum an.

(d) Konstruieren Sie aus G mit dem Verfahren aus der Vorlesung einen PDA M

$V_{5,1} = -$
 $V_{5,5} = -$
 $V_{6,1} = \{S\} \Rightarrow x \in L(G)$

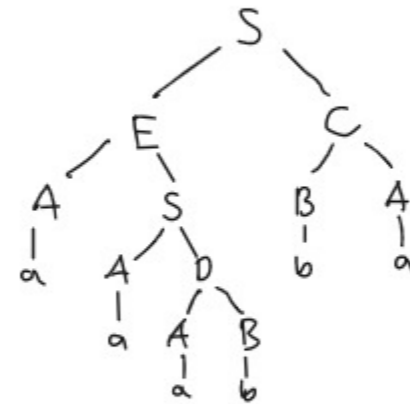
$i=1: x_1 x_2 x_3 \in L(G)$
 $i=2: x_2 x_3 x_4 \in L(G)$
 $i=3: x_3 x_4 x_5 \in L(G)$
 $i=4: x_4 x_5 x_6 \in L(G)$

Aufgabe 2

25 i

Betrachten Sie die Grammatik $G = (\{S, B, A, C, D, E\}, \{a, b\}, P, S)$ mit

$P: S \rightarrow EC, ED, AC, AD \quad B \rightarrow b \quad A \rightarrow a$
 $C \rightarrow BA \quad D \rightarrow AB \quad E \rightarrow AS$



$S \rightarrow EC \rightarrow$
 $\rightarrow ASC \rightarrow$
 $\rightarrow aSC \rightarrow aADC \rightarrow$
 $\rightarrow aaDC \rightarrow aaABC \rightarrow$
 $\rightarrow anaBC \rightarrow aabBA \rightarrow$
 $\rightarrow aabbaA \rightarrow aabbaa \checkmark$