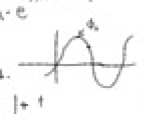
Welle: $\psi(x,t) = A \cdot e^{\overbrace{i(kx-\omega t)}^{\leftarrow \text{Phase}}}$

für $x(t)$ den Ort, wo zum Zeitpunkt t die Phase ϕ_0 herrscht, d.h.



$\phi_0 = k\,x(t) - \omega t \quad | + t$

$\frac{\phi_0 + \omega t}{k} = x(t) \qquad v_{ph} = \frac{d x(t)}{dt} = \frac{\omega}{k}$

$\Rightarrow$ Welle läuft nach $\begin{cases} \text{rechts} \\ \text{links} \end{cases}$ falls $\begin{cases} \text{gleiche Vorzeichen} \\ \text{andere Vorzeichen} \end{cases}$

$H = E_{kin} + E_{pot} = \frac{p^2}{2m} + V(x)$

Zeitunabhängige Schrödinger-Gl.

$H\phi = E \cdot \phi$

$\frac{-\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + V(x)\phi(x) = E\phi(x)$

Für $x>0$:

$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2\phi}{\partial x^2} - V_0\phi(x) = E\phi(x) \quad | + V_0\phi(x)$

$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2\phi}{\partial x^2} = (E+V_0)\,\phi(x)$

$\frac{\partial^2\phi}{\partial x^2} = -\frac{2m(E+V_0)}{\hbar^2}\phi(x)$

$\phi(x) = C\cdot e^{i\sqrt{\frac{2m(E+V_0)}{\hbar^2}}\cdot x} + D\,e^{-i\sqrt{\frac{2m(E+V_0)}{\hbar^2}}\cdot x}$

Für $x \le 0$:

$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2\phi}{\partial x^2} = E\phi(x)$

$\frac{\partial^2\phi}{\partial x^2} = -\frac{2mE}{\hbar^2}\phi(x)$ ($=\omega^2$)

$\phi(x) = A\cdot e^{i\sqrt{\frac{2mE}{\hbar^2}}\cdot x} + B\cdot e^{-i\sqrt{\frac{2mE}{\hbar^2}}\cdot x}$

harmonischer Oszillator

$f''(x) = -\omega^2 f(x)$

Allgemeine Lösung:

$f(x) = A e^{i\omega x} + B\cdot e^{-i\omega x} \quad A,B \in \mathbb{R}$

Probe:

$f'(x) = C_1\cdot i\cdot\omega\, e^{i\omega x} + C_2(-i\omega)\,e^{-i\omega x}$

$f''(x) = C_1\cdot(-\omega^2)\,e^{i\omega x} + C_2\cdot(-\omega^2)\cdot e^{-i\omega x}$

$= -\omega^2\left(C_1 e^{i\omega x} + C_2 e^{-i\omega x}\right)$

$= -\omega^2\cdot f(x)$ ✓

$\boxed{e^{-i\frac{E}{\hbar}t} \text{ denkt man sich dazu}}$ $\qquad e^{i(kx-\omega t)}$

$e^{-i\sqrt{\frac{2m(E+V_0)}{\hbar^2}}\cdot x - i\frac{E}{\hbar}t} = e^{i(\overbrace{-\sqrt{\dots}}^{k}\,x - \overbrace{\frac{E}{\hbar}}^{\omega}t)}$

1. Fall $E<0 \Rightarrow$ läuft nach rechts

2. Fall $E>0 \Rightarrow$ läuft nach links

2. Fall $E>0$:

$$\phi(x) = \begin{cases} A\cdot e^{i\sqrt{\frac{2mE}{\hbar^2}}\cdot x} + B e^{-i\sqrt{\frac{2mE}{\hbar^2}}x} & x<0 \\ C\cdot e^{i\sqrt{\frac{2m(E+V_0)}{\hbar^2}}\cdot x} & x \ge 0 \end{cases}$$

$e^{i\sqrt{\;}\cdot x - i\frac{E}{\hbar}\cdot t} = e^{i(\sqrt{\;}\cdot x - \frac{E}{\hbar}\cdot t)}$

$T = \frac{|C|^2}{|A|^2} \qquad R = \frac{|B|^2}{|A|^2}$

ϕ muss stetig in $x=0$ sein:

I) $A + B = C \quad | \Rightarrow B = C - A$ in II

$\frac{\partial\phi}{\partial x}$ muss stetig in $x=0$ sein:

$$\frac{\partial\phi(x)}{\partial x} = \begin{cases} A\cdot i\sqrt{\frac{2mE}{\hbar^2}}\cdot e^{i\sqrt{\dots}\cdot x} - B\,i\sqrt{\dots}\,e^{-i\sqrt{\;}\cdot x} \\ C\cdot i\cdot\sqrt{\frac{2m(E+V_0)}{\hbar^2}}\cdot e^{i\sqrt{\;}\cdot x} \end{cases}$$

$\cancel{i}\cdot\sqrt{\frac{2mE}{\cancel{\hbar^2}}}\cdot(A - B) = C\cdot\cancel{i}\cdot\sqrt{\frac{2m(E+V_0)}{\cancel{\hbar^2}}}$

II) $\sqrt{E}\cdot(A-B) = C\cdot\sqrt{E+V_0}$

$\sqrt{E}\cdot(2A - C) = C\cdot\sqrt{E+V_0} \quad | : \sqrt{E}$

$2A - C = C\cdot\sqrt{\frac{E+V_0}{E}} \quad | + C$

$2A = \left(1+\sqrt{1+\frac{V_0}{E}}\right)\cdot C$

$A = \frac{1+\sqrt{1+\frac{V_0}{E}}}{2}\,C$

$\Rightarrow T = \frac{|C|^2}{|A|^2} = \frac{\cancel{|C|^2}}{\left(\frac{1+\sqrt{1+\frac{V_0}{E}}}{2}\right)^2\cancel{|C|^2}} = \frac{4}{\left(1+\sqrt{1+\frac{V_0}{E}}\right)^2}$

$\frac{-\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2\phi}{\partial x^2} + V(x)\phi(x) = E\phi(x)$

$\lim_{\varepsilon\to 0}\int_{-\varepsilon}^{\varepsilon} -\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2\phi}{\partial x^2} + V(x)\phi(x)\,dx = \lim_{\varepsilon\to 0}\int_{-\varepsilon}^{\varepsilon} E\,\phi(x)\,dx = 0$ $\Leftarrow$ braucht man nur wenn $V(x) = \delta(x)\cdot V_0$

b) $T \overset{!}{=} \frac{1}{2}$

$\frac{4}{\left(1+\sqrt{1+\frac{V_0}{E}}\right)^2} = \frac{1}{2}$

$\hat{M} \doteq \begin{pmatrix} 2 & i\sqrt{2} \\ -i\sqrt{2} & 3 \end{pmatrix}.$

Sie die Eigenwerte $\lambda_{1,2}$ und zuge

M hermitesch $:\Leftrightarrow$

$(M^T)^* = M$

$M \longrightarrow M^T = \begin{pmatrix} 2 & -i\sqrt{2} \\ i\sqrt{2} & 3 \end{pmatrix} \longrightarrow (M^T)^* = \begin{pmatrix} 2 & i\sqrt{2} \\ -i\sqrt{2} & 3 \end{pmatrix} = M$

$\Rightarrow (M^T)^* = M \Rightarrow M$ hermitesch

miro