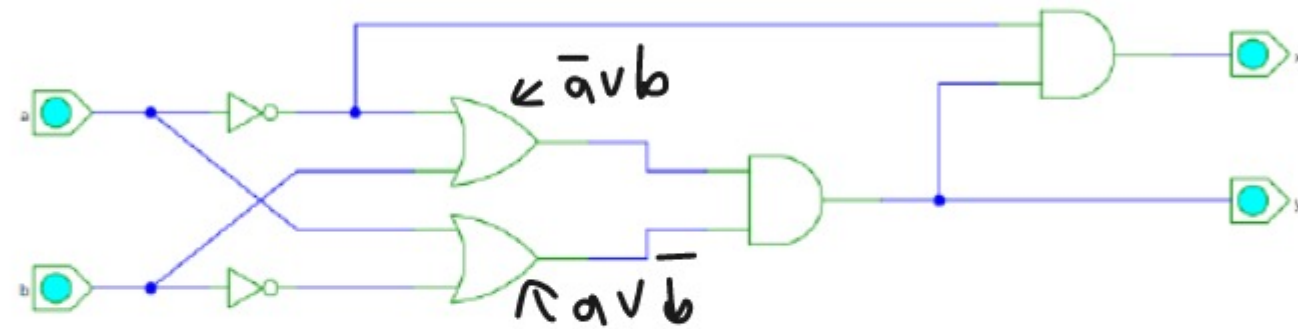


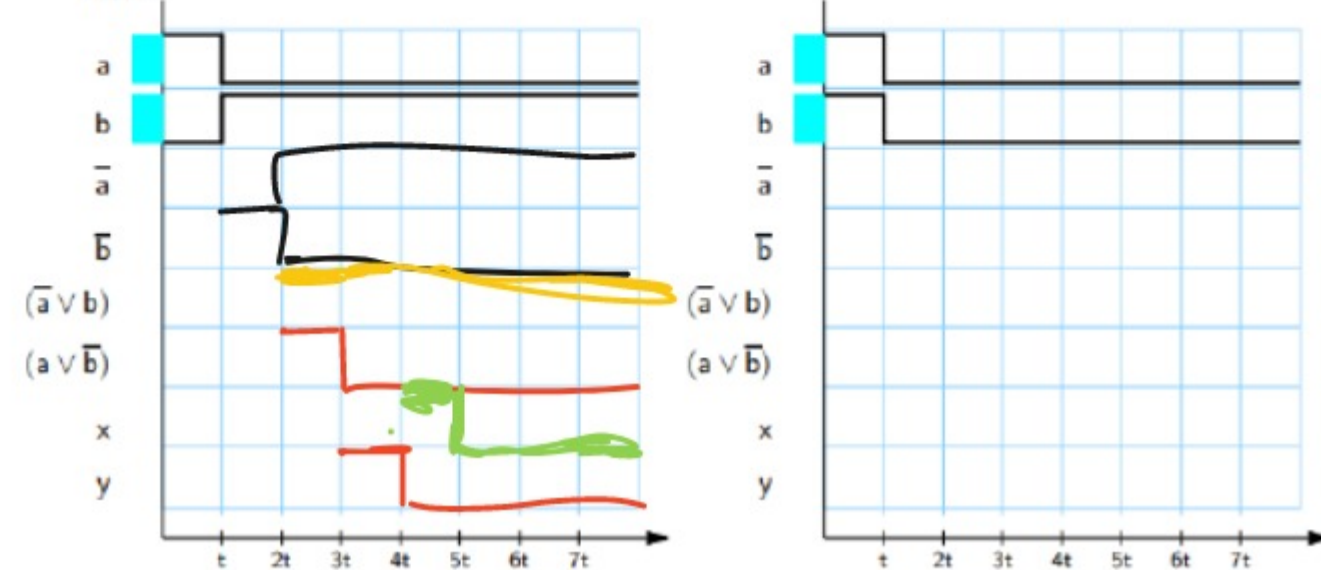
**Aufgabe 8.4** (Punkte 10+10+10)

*Hazards:* Wir untersuchen das Zeitverhalten der folgenden Schaltung mit den beiden Eingängen  $a$  und  $b$  und den zwei Ausgängen  $x$  und  $y$  (XNOR). Zur Vereinfachung nehmen wir an, dass alle Gatter beim Umschalten die gleiche Verzögerung von jeweils einer Zeiteinheit aufweisen.



$$x = \bar{a} \wedge y$$

(a) und (b) Vervollständigen Sie die Impulsdiagramme für den angegebenen Verlauf der Eingangssignale  $a$  und  $b$ . Wie üblich sind alle Werte zu Beginn der Simulation undefiniert.

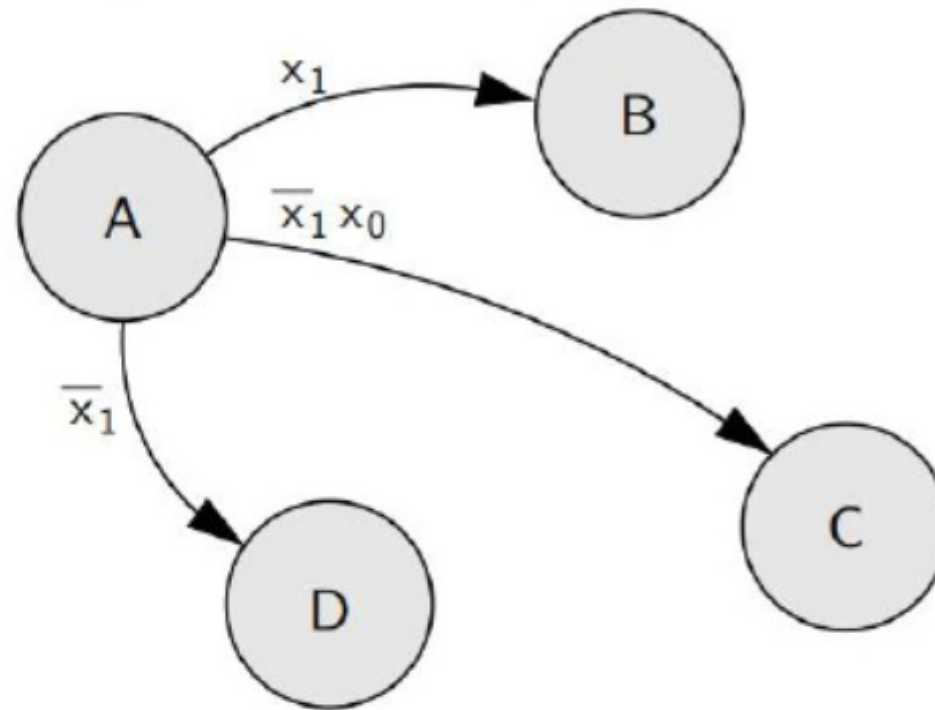


| a | b | $\bar{a}$ | $\bar{b}$ | $\bar{a} \vee b$ | $a \vee \bar{b}$ |
|---|---|-----------|-----------|------------------|------------------|
| 0 | 0 | 1         | 1         | 1                | 1                |
| 0 | 1 | 1         | 0         | 1                | 0                |
| 1 | 0 | 0         | 1         | 0                | 1                |
| 1 | 1 | 0         | 0         | 1                | 1                |

## Vollständigkeit und Widerspruchsfreiheit: Beispiel

10.8 Schaltwerke - Entwurf von Schaltwerken

64-040 Rechnerstrukturen und Betriebssysteme



Einer der drei Fälle trifft zu!

▶ Zustand A, Vollständigkeit:  $x_1 \vee \bar{x}_1 x_0 \vee \bar{x}_1 = 1$  vollständig

▶ Zustand A, Widerspruchsfreiheit: alle Paare testen

$$x_1 \wedge \bar{x}_1 x_0 = 0 \quad \text{ok}$$

$$x_1 \wedge \bar{x}_1 = 0 \quad \text{ok}$$

$$\bar{x}_1 x_0 \wedge \bar{x}_1 \neq 0 \quad \text{für } x_1 = 0 \text{ und } x_0 = 1 \text{ beide Übergänge aktiv}$$

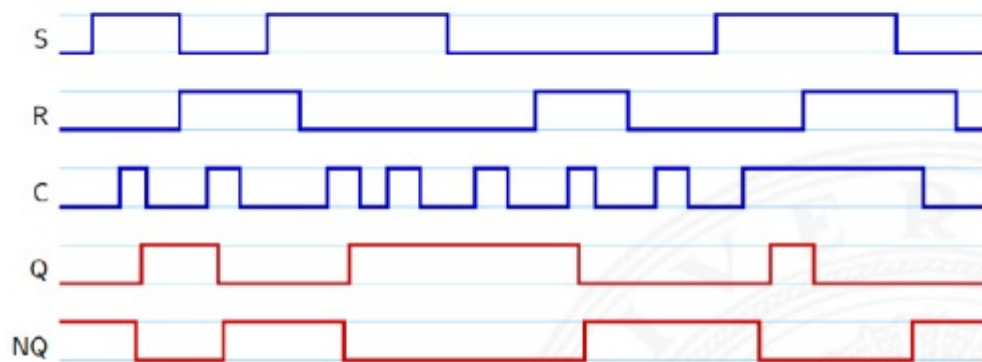
Irgendwelche zwei verschiedenen Fälle können nicht gleichzeitig eintreten!

Frage 6: Wie komme ich von der Zeichnung auf die Aussagen dadrunter?

## RS-Flipflop mit Takt (cont.)

10.4.1 Schaltwerke - Flipflops - RS-Flipflop 64-040 Rechnerstrukturen und Betriebssysteme

### Impulsdiagramm



$$Q = \overline{NQ \vee (R \wedge C)}$$

$$NQ = \overline{Q \vee (S \wedge C)}$$

$$R \wedge 1 = R$$

$$\overline{A \vee B}$$



### RS-Flipflop mit Takt

10.4.1 Schaltwerke - Flipflops - RS-Flipflop 64-040 Rechnerstrukturen und Betriebssysteme

- RS-Basisflipflop mit zusätzlichem Takteingang C
- Änderungen nur wirksam, während C aktiv ist

Struktur

| C | S | R | Q  | NQ  | NOR       |
|---|---|---|----|-----|-----------|
| 0 | X | X | Q* | NQ* | store     |
| 1 | 0 | 0 | Q* | NQ* | store     |
| 1 | 0 | 1 | 0  | 1   |           |
| 1 | 1 | 0 | 1  | 0   |           |
| 1 | 1 | 1 | 0  | 0   | forbidden |

Q = (NQ ∨ (R ∧ C))  
NQ = (Q ∨ (S ∧ C))

$$\begin{matrix} C & S & R & R \wedge C & S \wedge C \\ \wedge & \wedge & \wedge & \wedge & \wedge \end{matrix}$$

$$Q = \frac{NQ}{(S \wedge C) \vee Q}$$

Was ist letzte Ziffer von  $234^{1241} \cdot 2$ .

$$10 = 8 + 2 = 2^3 + 2^1 = (1010)_2$$

$$\begin{aligned} 2325 &= 2048 + 256 + 21 \\ &= 2048 + 256 + 16 + 4 + 1 \\ &= (100100010101)_2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 25 &= 16 + 8 + 1 = 2^4 + 2^3 + 2^0 = \\ &= (11001)_2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 50 &= 32 + 16 + 2 = (110010)_2 \\ &= 2^5 + 2^4 + 2^1 = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2^0 &= 1 \\ 2^1 &= 2 \\ 2^2 &= 4 \\ 2^3 &= 8 \\ 2^4 &= 16 \\ 2^5 &= 32 \\ 2^6 &= 64 \\ 2^7 &= 128 \\ 2^8 &= 256 \\ 2^9 &= 512 \\ 2^{10} &= 1024 \\ 2^{11} &= 2048 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} 11001 \\ + 101011 \\ \hline 1000100 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 110001 \\ + 110111 \\ \hline 10100101 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 111111 \\ 101101 \\ 111110 \\ + 101111 \\ \hline 11011001 \end{array}$$

$$1+1+1 = 3 = (11)_2$$

$$1+1+1+1 = 4 = (100)_2$$

$$5 = (101)_2$$

$$6 = (110)_2$$

**Aufgabe 5.2** (Punkte 5+7+8)

Größenvergleich von Gleitkommazahlen: Für den Vergleich von Gleitkommazahlen bietet Java alle sechs Vergleichsoperatoren:

```
a == b a != b a > b a >= b a < b a <= b
```

Aufgrund der unvermeidlichen Rundungsfehler bei Gleitkommarechnung ist jedoch Vorsicht bei Verwendung dieser Operatoren geboten. Zum Beispiel liefert

```
double a = 0.1;
double b = 0.3;
System.out.println( (3*a) == b );
```

den Wert false.

(a) Ein naheliegender Ansatz ist daher, zwei Zahlen als „gleich“ anzusehen, wenn der Absolutwert ihrer Differenz kleiner als eine (vom Benutzer) vorgegebene Konstante ist:

```
final double eps = 1.0E-12;
if (Math.abs( a - b ) <= eps) { // Zahlen fast gleich
    ...
}
```

Welchen offensichtlichen Nachteil hat dieses Verfahren?

**2 Marathon-Läufer**

40km

a = 2h 1s

b = 2h

a == b sollte true zurückgeben

**2 100-Meter Läufer**

a = 10s

b = 11s

a == b sollte false zurückgeben

**Marathon**

eps = 2s

$$|a - b| \leq eps \Rightarrow \text{true}$$

**100-Meter Läufer**

$$|a - b| \leq eps \Rightarrow \text{false}$$

**Marathon**

eps = 0,001

$$\left| \frac{a-b}{a} \right| = \frac{1s}{2h \ 1s} = \frac{1s}{(2 \cdot 60 \cdot 60 + 1)s} = \frac{1}{7201} \approx 1,3 \cdot 10^{-4} = 0,00013 < 0,001 < eps \checkmark$$

in Relation sehen zur insgesamt benötigten Zeit

**100 Meter-Läufer**

$$\left| \frac{a-b}{a} \right| = \frac{1s}{10s} = 0,1 > eps \checkmark$$

(b) Überlegen Sie sich ein Verfahren zum Vergleich von zwei Gleitkommazahlen, das nicht die absolute (wie oben), sondern eine relative Abweichung berücksichtigt.

Zum Vergleich mit der relativen Abweichung könnte man die Differenz der Zahlen mit der betragsmäßig größeren Zahl skalieren, wie in folgender Abfrage.

```
if (Math.abs((a - b) / (Math.abs(a) > Math.abs(b) ? a : b)) <= eps) { ... }
```

Noch Besser:

$$\frac{|a-b|}{\max\{|a|, |b|\}}$$