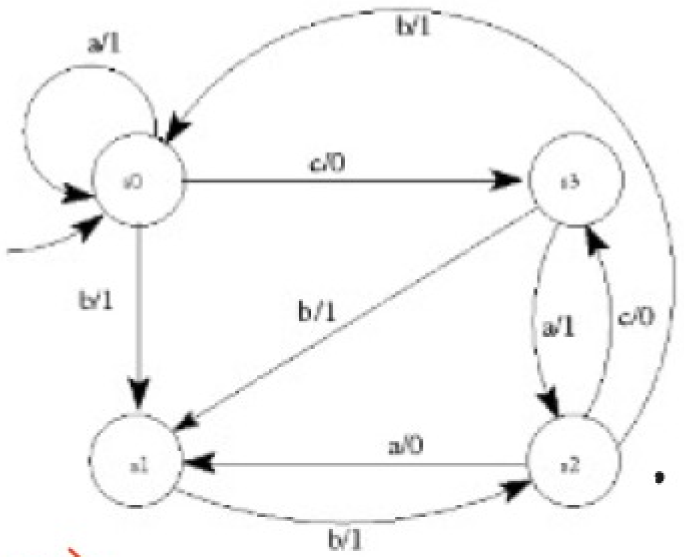
$$f: \Sigma_{in}^* \to \Sigma_{out}^*$$

$$f(abb) = 111$$

$$f(cbb) = 011$$

Aufgabe 4: Automatensynthese [12P]

Gegeben sei der folgende Automat: $A = (\Sigma_{in}, \Sigma_{out}, S, I, T)$ *mit* $\Sigma_{in} = \{a, b, c\}$, $\Sigma_{out} = \{0, 1\}$, $S = \{s_0, s_1, s_2, s_3\}$ *und* $I = \{s_0\}$



a) Ist der Automat ein Mealy oder ein Moore Automat?

b) Ist der Automat total und/oder deterministisch?

c) Sei f die Ausgabe des Automaten. Erstellen Sie die Zustandsübergangstabelle für den Automaten. Kodieren Sie dafür die Zustände und die Eingabe folgendermaßen:

	z_1	z_0
s_0	0	0
s_1	0	1
s_2	1	0
s_3	1	1

	x_1	x_0
a	0	0
b	0	1
c	1	0
d	1	1

d) Wandeln Sie den gegebenen Automaten in den entsprechend äquivalenten Moore- bzw. Mealy-Automaten um.

z_1	z_0	x_1	x_0	z_1^+	z_0^+	y
0	0	0	0	0	0	1
0	0	0	1	0	1	1
0	0	1	0	1	1	0
0	1	0	1	1	0	1

total $:\Leftrightarrow$

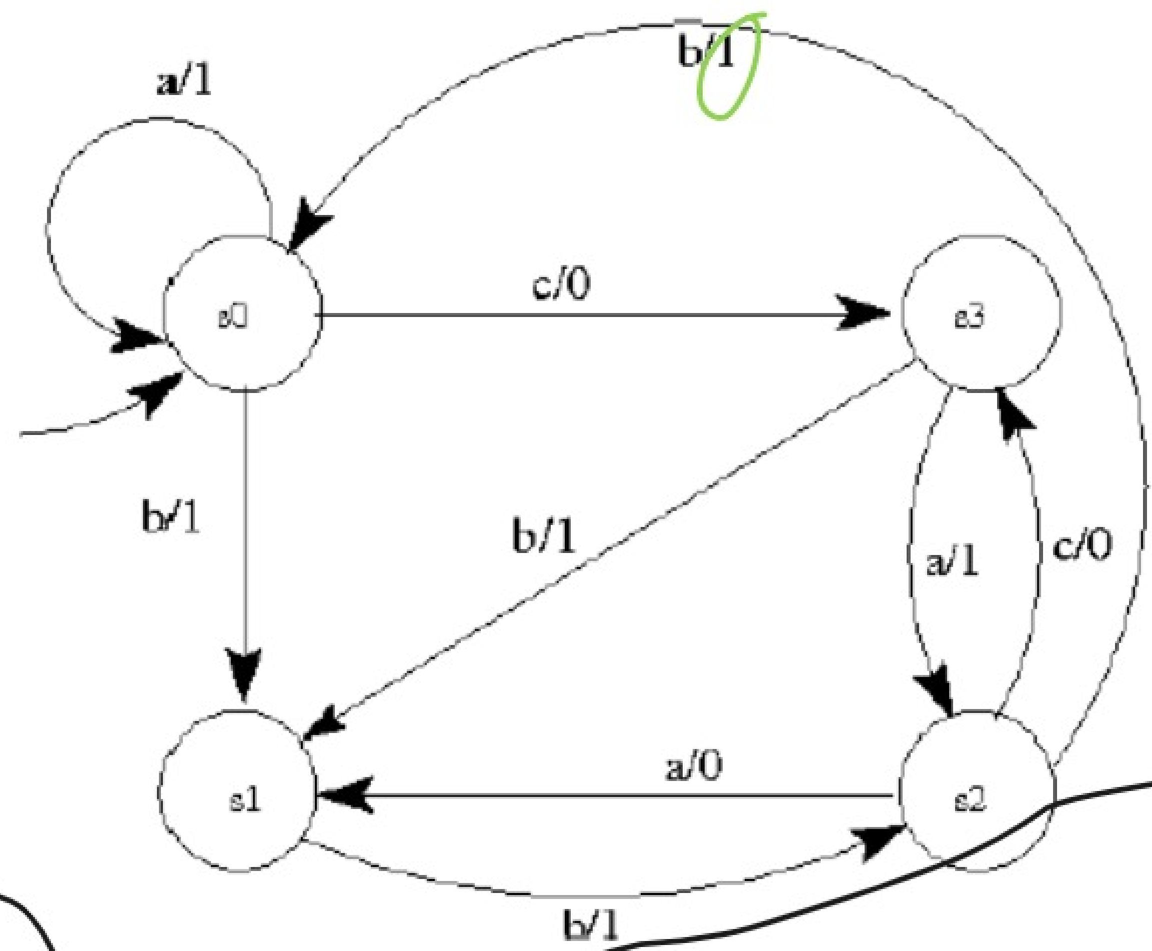
$$\forall z \in Z,\ \forall a \in \Sigma_{in}\ \exists z' \in Z: (z, a, z') \in R$$

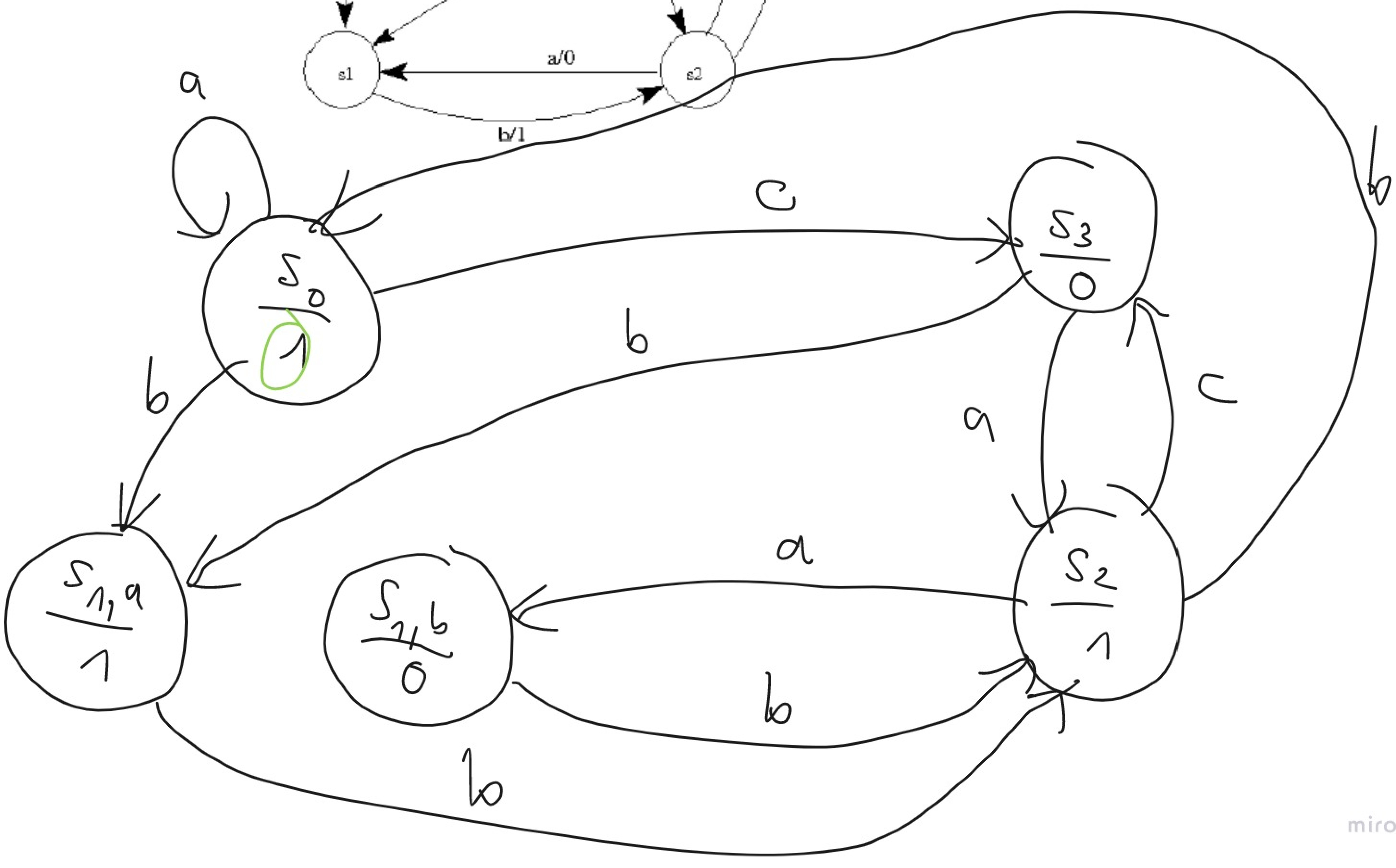
• nicht total!, da von s1 nur ein Pfeil weggeht

deterministisch $:\Leftrightarrow$

$$\forall z \in Z,\ \forall a \in \Sigma_{in}\ \exists \text{ höchstens ein } z' \in Z: (z, a, z') \in R$$

Gegeben sei der folgende Automat: $A = (\sum_{in}, \sum_{out}, S, I, T)$ *mit* $\sum_{in} = \{a, b, c\}$, $\sum_{out} = \{0, 1\}$, $S = \{s_0, s_1, s_2, s_3\}$ *und* $I = \{s_0\}$





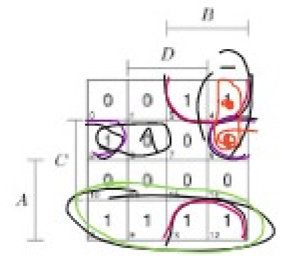
Definition: Absolut und relativ eliminierbare PI

Absolut eliminierbare PI sind PI, die **vollständig** von der Disjunktion der KPI überdeckt werden.
- *Definitiv nicht* teil der minimalen DF, da KPI teil der min. Realisierung sind.

Relativ eliminierbare PI sind PI, die nicht vollständig von Disjunktion der KPI überdeckt werden.
- *Möglicherweise* Teil der minimalen DF.

Aufgabe 3: Hazards eliminieren [1 + 2 + 2 + 1P]

Gegeben sei f durch folgendes KV-Diagramm:



a) Minimieren Sie f und geben Sie die minimierte DF an.

$f(a,b,c,d) = a\bar{c} + b\bar{c} + \bar{a}c\bar{d}$

b) Welche strukturellen Hazards treten in der DF aus Aufgabenteil a) auf?

c) Wie lassen sich diese strukturellen Hazards vermeiden? Geben Sie eine konkrete Lösung an.

Übergang $\bar{a}b\bar{c}\bar{d} \longrightarrow \bar{a}bc\bar{d}$

statischer -1- Hazard

c wechselt von 0 nach 1

- Vor Wechsel ist $\bar{a}c\bar{d} = 0$
und $b\bar{c} = 1$
und $a\bar{c} = 0$

- Durch Wechsel von c wird $b\bar{c} = 0$ wird $\Rightarrow f = 0$
bevor $a\bar{c} = 1 \Rightarrow f = 1$

Kern-Primimplikant – Ein Primimplikant der einen Implikanten enthält, der in keinem anderen Primimplikanten enthalten ist, heißt Kern-Primimplikant.

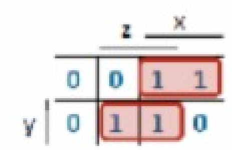
Vermeidung des strukturellen Hazards $\longrightarrow$ c)

$f_{neu} = f + \bar{a}b\bar{d}$

Beispiel: Statische 1-Hazards bei DFen

Beispiel: $f(x,y,z) = x\bar{y} + yz$

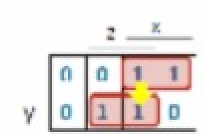
mit x=z=1 und y wechselt von 1 nach 0
- *Vor Wechsel ist* $yz = 1$ *und* $x\bar{y} = 0$
- *Durch Wechsel von y wird* $yz = 0$*, bevor* $x\bar{y} = 1$ *wird.*
Es liegt also ein statischer struktureller 1-Hazard vor.

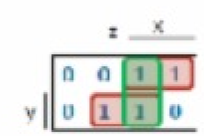


Elimination statischer struktureller 1-Hazards

Satz von Eichelberger: Die Disjunktion aller Primimplikanten enthält keine strukturellen Hazards.

Beispiel: $f(x,y,z) = x\bar{y} + yz$
- *Strukturisomorphe Realisierung hat strukturellen 1-Hazard (s. oben)*
- *Hinzufügen eines PI xz eliminiert strukturelle Hazards.*
- *Es verbleiben natürlich die funktionalen Hazards!*





Beispiel 1, Prinzip

	c	c d	d	
a	1	0	0	0
a b	0	0	1	1
b	0	1	1	1
	0	1	0	0

Gegeben sei eine boolesche Funktion durch ein KV Diagramm (links).

a) Zeichnen Sie die Primimplikanten ein!
b) Welches sind KPI? Absolut eliminierbare PI? Relativ eliminierbare PI?

c) Wie hoch wäre unsere Kostenfunktion?

Primimplikant – Jeder Implikant, der keine Teilmenge eines anderen Implikanten ist, ist ein Primimplikant.

Implikant (von f) – Jeder Minterm und jede (2er, 4er, 8er, ...) Gruppe von zusammenhängenden Mintermen einer Funktion f sind Implikanten der Funktion f.

edt

Kern-Primimplikant – Ein Primimplikant der einen Implikanten enthält, der in keinem anderen Primimplikanten enthalten ist, heißt Kern-Primimplikant.

Definition: Absolut und relativ eliminierbare PI

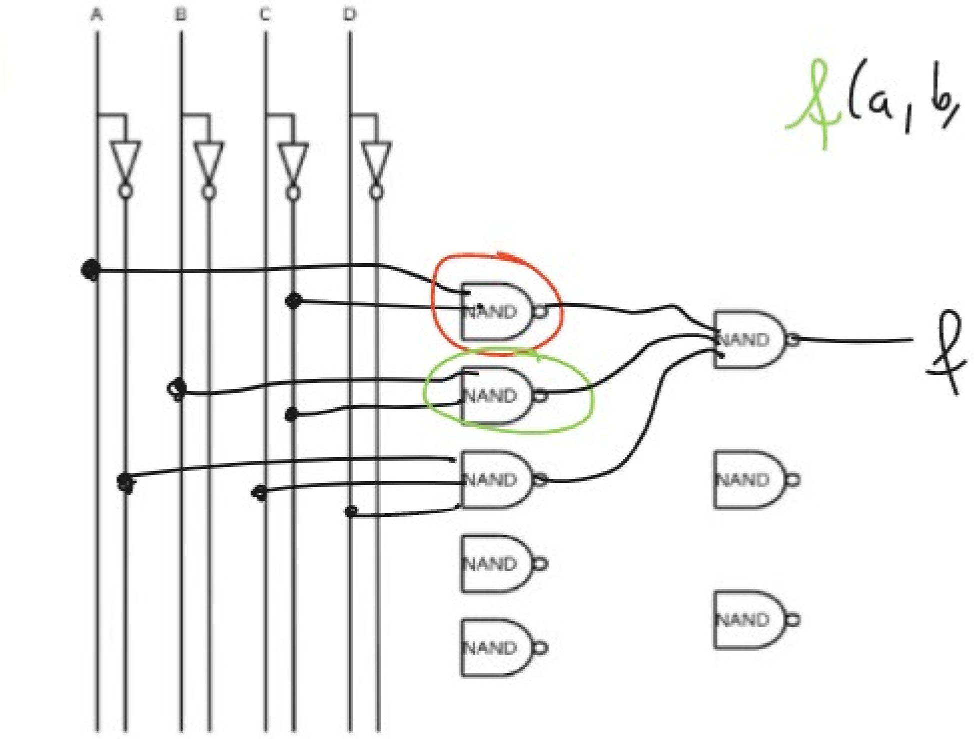
Absolut eliminierbare PI sind PI, die **vollständig** von der Disjunktion der KPI überdeckt werden.
- *Definitiv nicht* teil der minimalen DF, da KPI teil der min. Realisierung sind.

Relativ eliminierbare PI sind PI, die nicht vollständig von Disjunktion der KPI überdeckt werden.
- *Möglicherweise* Teil der minimalen DF.

De Morgan

$$\mathrm{nand}(x,y) = \overline{x \cdot y} = \overline{x} + \overline{y}$$

d) Implementieren Sie f unter ausschließlicher Verwendung von NAND- und Inverter-Gattern.
(Hinweis: Nicht alle eingezeichneten Gatter werden benötigt)



$$f(a,b,c,d) = a\bar{c} + b\bar{c} + \bar{a}cd$$

$$= \overline{\overline{a\bar{c} + b\bar{c} + \bar{a}cd}} =$$

$$= \overline{\overline{a\bar{c}} \cdot \overline{b\bar{c}} \cdot \overline{\bar{a}cd}} =$$

$$= \overline{\mathrm{nand}(a,\bar{c}) \cdot \mathrm{nand}(b,\bar{c}) \cdot \mathrm{nand}(\bar{a},c,d)}$$

$$= \mathrm{nand}\big(\mathrm{nand}(a,\bar{c}), \mathrm{nand}(b,\bar{c}), \mathrm{nand}(\bar{a},c,d)\big)$$

$= \text{nand}(\text{nand}(a,c), \text{nand}(b,c), \text{nand}(a,c,d))$

$2^0 = 1$
$2^1 = 2$
$2^2 = 4$
$2^3 = 8$
$2^4 = 16$
$2^5 = 32$
$2^6 = 64$
$2^7 = 128$
$2^8 = 256$

Aufgabe 4: Codierung natürlicher Zahlen [6P]

Füllen Sie die folgende Tabelle aus, indem Sie die in der jeweiligen Zeile gegebene Zahl in die entsprechenden anderen Darstellungen umwandeln:

Dezimal (Basis 10)	Dual (Basis 2)	Oktal (Basis 8)	Hexadezimal (Basis 16)	Ternär (Basis 3)	BCD
173	10101101	255	AD	20102	0001 0111 0011
	10110111				
		172			
			69		
				2121	
98					1001 1000

$= 9 \cdot 10 + 8 \cdot 10^0$
$= 90 + 8 = 98$

$173 = 128 + 45$
$= 128 + 32 + 8 + 4 + 1$
$= (10101101)_2$

$173 = \underbrace{2 \cdot 64}_{=128} + 45$
$= 2 \cdot 64 + 5 \cdot 8 + 5 \cdot 8^0$
$= (255)_8$

$173 = 10 \cdot 16 + 13 = (AD)_{16}$

$10 = (A)_{16}$
$11 = (B)$
$12 = C$
$13 = D$

$8^0 = 1$
$8^1 = 8$
$8^2 = 64$
$8^3 = \dots$

$16^0 = 1$
$16^1 = 16$
$16^2 = 256$

$173 : 3 = 57 \quad R\ 2$
-15
23
-21
2

$57 : 3 = 19 \quad R\ 0$
-3
27
-27
0

$19 : 3 = 6 \quad R\ 1$

$6 : 3 = 2 \quad R\ 0$

$2 : 3 = 0 \quad R\ 2$

$173 = (20102)_3$
$= ($

$3^4 = 3^2 \cdot 3^2 = 9 \cdot 9 = 81$

$2 \cdot 3^0 + 1 \cdot 3^2 + 2 \cdot 3^4$
$= 2 + 9 + 2 \cdot 81$
$= 11 + 162 = 173$ ✓

miro