1. Zwei homogene Zylinder (Gewicht jeweils G) werden durch zwei masselose Stäbe in der skizzierten Gleichgewichtslage gehalten. Das System ist reibungsfrei.

Gegeben: R, G.

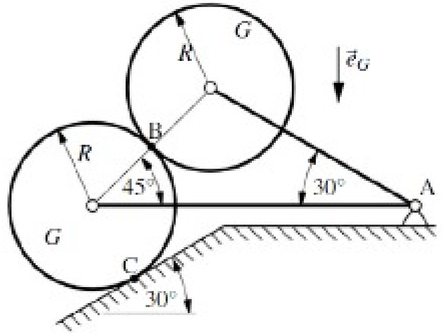
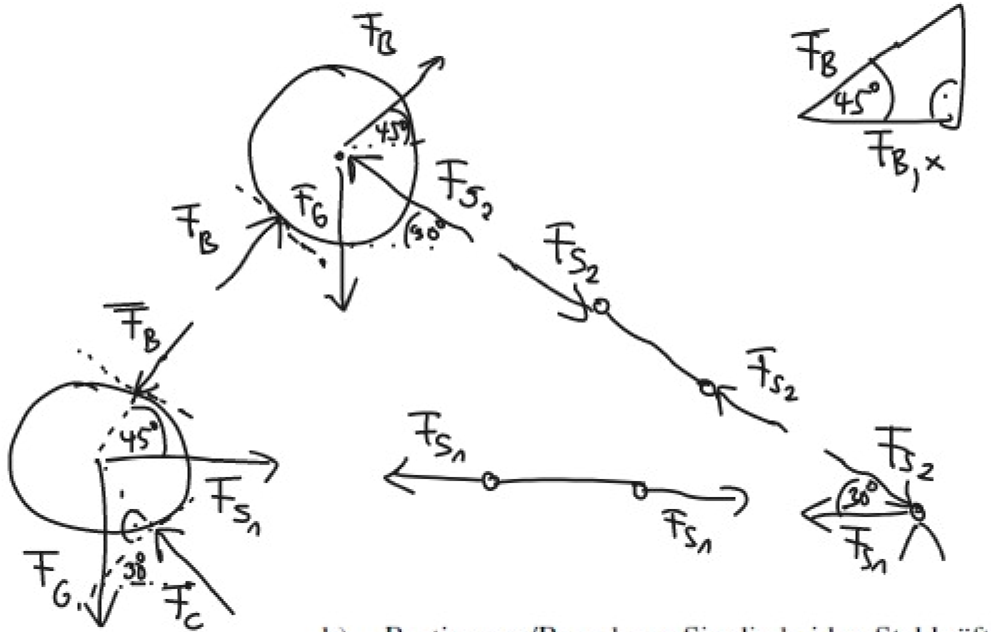


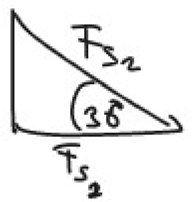
Abb. D.1: Skizze zu Aufgabe 1

a) Zeichnen Sie für die beiden Zylinder jeweils ein Freikörperbild und kennzeichnen Sie darin alle Kräfte und Winkel eindeutig.



$$\cos(45°) = \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\text{AK von } 45°}{\text{HY}} = \frac{F_{B,x}}{F_B}$$

$$\Rightarrow \cos(45°) = \frac{F_{B,x}}{F_B} \Rightarrow F_{B,x} = \cos(45°) \cdot F_B$$



b) Bestimmen/Berechnen Sie die beiden Stabkräfte und die Kräfte in den Kontaktpunkten B und C.

Gleichgewichtsbedingungen für Kugel 2:

in x-Richtung: I) $0 = \cos(45°) \cdot F_B - \cos(30°) \cdot F_{S_2}$

y-Richtung: II) $0 = -F_G + \sin(30°) \cdot F_{S_2} + \sin(45°) \cdot F_B$

$$\Rightarrow F_B = \frac{\cos(30°) \cdot F_{S_2}}{\cos(45°)}$$

$\downarrow$ in II

$$0 = -F_G + \sin(30°) F_{S_2} + \tan(45°) \cdot \cos(30°) \cdot F_{S_2}$$

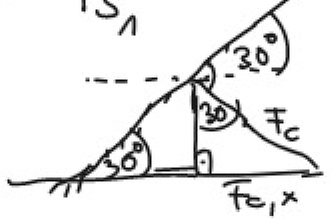
$$0 = -F_G + \sin(30°) F_{S_2} + (\cos(30°) \cdot \tan(45°))$$

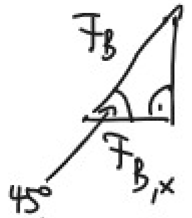
$$F_G = F_{S_2} \cdot (\sin(30°) + \cos(30°) \cdot \tan(45°))$$

$$F_{S_2} = \frac{F_G}{\sin(30°) + \cos(30°) \cdot \tan(45°)}$$

Gleichgewichtsbedinungen für Zylinder 2:

in x-Richtung: III) $0 = F_{S_1} - \sin(30°) \cdot F_C - \cos(45°) \cdot F_B$





in y-Richtung: IV) $0 = -F_G + \cos(30°) \cdot F_C - \sin(45°) \cdot F_B$

c) Bestimmen/Berechnen Sie die Lagerreaktionen im Lager A.

(Hinweis: b) und c) können rechnerisch oder grafisch/zeichnerisch gelöst werden.)

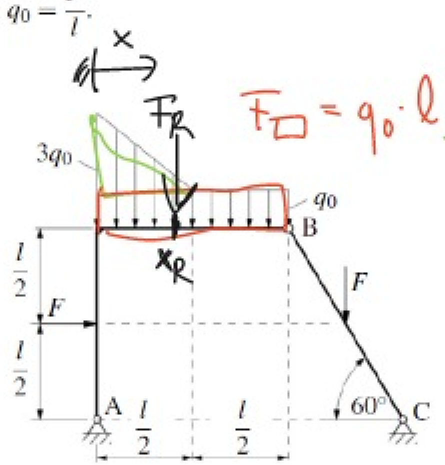
(30 Punkte)

$$F_{A,x} = -F_{S_1} + \cos(30°) \cdot F_{S_2}$$

$$F_{A,y} = -\sin(30°) \cdot F_{S_2}$$

2. Zwei gelenkig miteinander verbundene masselose Träger sind wie in Abb. D.2 skizziert belastet.

Gegeben: l, F, $q_0 = \frac{F}{l}$.



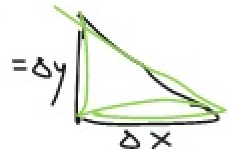
$F_{\square} = q_0 \cdot l$

$F_{\triangle} = 2q_0 \cdot \frac{l}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{q_0 \cdot l}{2}$

Abb. D.2: Skizze zu Aufgabe 2

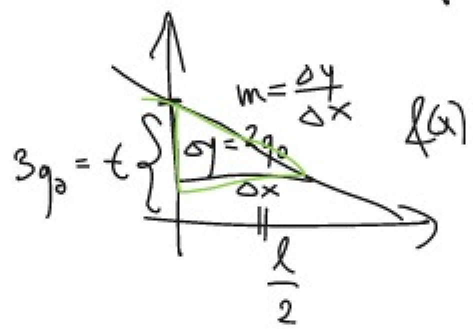
a) Berechnen Sie die resultierende Kraft der Streckenlast und ihren Angriffspunkt.

$$q(x) = \begin{cases} 3q_0 - 4\frac{q_0}{l} \cdot x & \text{für } 0 \le x \le \frac{l}{2} \\ q_0 & \text{für } \frac{l}{2} \le x \le l \end{cases}$$



$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{-2q_0}{\frac{l}{2}} = -\frac{4q_0}{l}$$

$$q(x) = 3q_0 + -\frac{4q_0}{l} \cdot x$$



$$f(x) = t + m \cdot x$$

$$F_R = \int_0^l q(x)\, dx = F_{\square} + F_{\triangle}$$
$$= q_0 \cdot l + \frac{q_0 \cdot l}{2} = \frac{3}{2} q_0 \cdot l$$

$$x_R = \frac{1}{F_R} \cdot \int_0^l x \cdot q(x)\, dx =$$

$$(x^7)' = 7 \cdot x^6$$
$$(x^9)' = 9 \cdot x^8$$
$$(x^n)' = n \cdot x^{n-1}$$

$$\int x^9\, dx = \frac{1}{10} \cdot x^{10} + C$$
$$\int x^{100}\, dx = \frac{1}{101} \cdot x^{101} + C$$
$$\int x^n\, dx = \frac{1}{n+1} \cdot x^{n+1} + C$$
$$\int x\, dx = \frac{1}{2} x^2$$

NR.:

$$\int_0^l x \cdot q(x)\, dx = \int_0^{\frac{l}{2}} \left(3q_0 - \frac{4q_0}{l} \cdot x\right) \cdot x\, dx + \int_{\frac{l}{2}}^l x \cdot q_0\, dx$$

$$= \int_0^{\frac{l}{2}} 3q_0 x - \frac{4q_0}{l} x^2\, dx + \left[\frac{1}{2} q_0 x^2\right]_{\frac{l}{2}}^{l}$$

$$= \left[\frac{3}{2} q_0 x^2 - \frac{4}{3} \frac{q_0}{l} x^3\right]_0^{\frac{l}{2}} + \frac{1}{2} q_0 l^2 - \frac{1}{2} q_0 \left(\frac{l}{2}\right)^2$$

$$= \frac{3}{2} q_0 \left(\frac{l}{2}\right)^2 - \frac{4}{3} \frac{q_0}{l} \cdot \left(\frac{l}{2}\right)^3 + \frac{1}{2} q_0 l^2 - \frac{1}{8} q_0 l^2$$

$$= \frac{3}{8} \cdot q_0 l^2 - \frac{1}{6} \cdot q_0 \cdot l^2 + \frac{1}{2} q_0 l^2 - \frac{1}{8} q_0 l^2$$

$$= \frac{7}{12} q_0 l^2$$

$$x_R = \frac{1}{F_R} \cdot \int_0^l x\, q(x)\, dx = \frac{7}{12} \cdot \frac{\cancel{q_0} l^{\cancel{2}}}{\frac{3}{2} \cancel{q_0} \cancel{l}} = \frac{\frac{7}{12}}{\frac{3}{2}} \cdot l = \frac{7 \cdot 2}{12 \cdot 3} \cdot l = \frac{7}{18} \cdot l$$