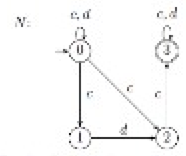
Aufgabe 1 **30 Punkte**

(a) Konstruieren Sie, mit dem Verfahren aus der Vorlesung, aus dem abgedruckten NFA N einen DFA M mit $L(M) = L(N)$. Sie dürfen dabei unerreichbare Zustände weglassen.



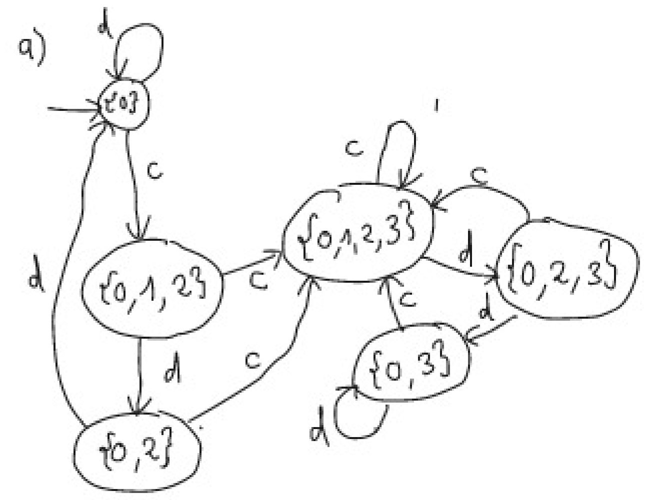
(b) Geben Sie eine explizite Beschreibung und einen kurzen regulären Ausdruck für die Sprache $L(N)$ an.

(c) Geben Sie einen Minimal-DFA für die Sprache $L_1 = \{w \in \{c,d\}^* \mid \#_c(w) - \#_d(w) = 1 \mod 4\}$ an.

(d) Geben Sie ohne Begründung den Index, die Äquivalenzklassen und ein Repräsentantensystem von der Nerode-Relation $\sim_{L_1}$ an.

(e) Zeigen Sie, dass die Sprache $L_2 = \{w \in \{c,d\}^* \mid \#_c(w) - \#_d(w) = 1\}$ nicht regulär ist.

a)



b) $R = (c|d)^*(c|cd)c\,(c|d)^*$

$L(N) = L(R) = \{w \in \{c,d\}^* \mid w$ enthält cc oder cdc als Teilwort$\}$

d) $w \sim_{L_1} v \Leftrightarrow \hat{\delta}(q_0, w) = \hat{\delta}(q_0, v)$

$\Leftrightarrow \forall x \in \Sigma^*: wx \in L_1 \Leftrightarrow vx \in L_1$

$[c] = \{w \in \Sigma^* \mid w \sim_{L_1} c\}$

$= L_1$

$[cc] = \{w \in \Sigma^* \mid w \sim_{L_1} cc\}$

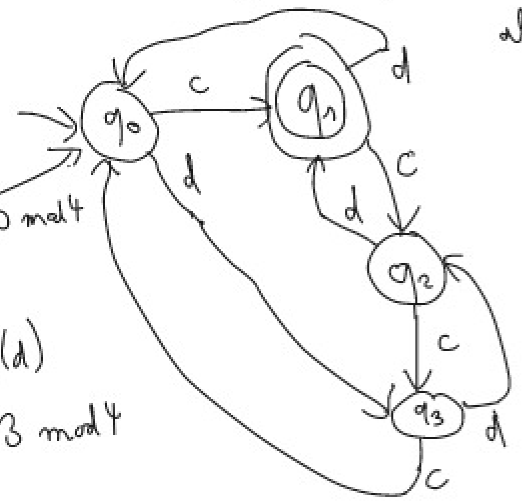
$= \{w \in \Sigma^* \mid \#_c(w) - \#_d(w) = 2 \mod 4\}$

$[ccc] = \{w \in \Sigma^* \mid \#_c(w) - \#_d(w) = 3 \mod 4\}$

$[cccc] = \{w \in \Sigma^* \mid \#_c(w) - \#_d(w) = 0 \mod 4\}$

Index $\rightarrow \left| \Sigma^* / \sim_{L_1} \right| = 4$

$R = \{c, cc, ccc, cccc\}$ ist Repräsentantensystem



$\#_c - \#_d = 0 \mod 4$

$\#_c(d) - \#_d(d)$

$= -1 = 3 \mod 4$

$c \in L_1$

$ccd \in L_1$ $\quad \#_c - \#_d$

$cccccd \notin L_1$ $\quad = 5 - 1 = 4 = 0 \mod 4 \neq 1 \mod 4$

$cccd \notin L_1$ $\quad \#_c - \#_d$

$ccccccd \in L_1$ $\quad = 6 - 1 = 5 = 1 \mod 4$

Eigenschaften reflexiv, symmetrisch und transitiv definiert sind.
Ist E eine Äquivalenzrelation, so nennt man die Nachbarschaft $E[x]$ die ***von x repräsentierte Äquivalenzklasse*** und bezeichnet sie mit $[x]_E$ oder einfach mit $[x]$. Eine Menge $S \subseteq A$ heißt ***Repräsentantensystem***, falls sie genau ein Element aus jeder Äquivalenzklasse enthält.

(e) Zeigen Sie, dass die Sprache $L_2 = \{w \in \{c,d\}^* \mid \#_c(w) - \#_d(w) = 1\}$ nicht regulär ist.

$ccd \in L_2$

$cccdd \in L_2$

$ccddd \notin L_2$

L regulär $\Leftrightarrow$ Es gibt nur endlich viele Äquivalenzklassen bzgl. $\sim_L$.

$[c] = L_2 = \{w \in \{c,d\}^* \mid \#_c(w) - \#_d(w) = 1\}$

$[cc] = \{w \in \{c,d\}^* \mid \#_c(w) - \#_d(w) = 2\}$

$[ccc] =$ usw

$[c^i]$, $i \in \mathbb{N}$ sind unendlich viele Äquivalenzklassen $\Rightarrow L_2$ nicht regulär

Aufgabe 3 ***15 Punkte***

Lokalisieren Sie folgende Sprachen möglichst exakt innerhalb der Chomsky-Hierarchie, d.h. geben Sie ohne Begründung jeweils das größte $i \in \{0,1,2,3\}$ an, sodass die Sprache L_j eine Typ-i-Sprache ist.

(a) $L_1 = \{xy \mid x, y \in \{0,1,2\}^*, |x| = |y|\}$ $= \{w \in \{0,1,2\}^* \mid w$ hat gerade Anzahl Buchstaben$\}$

(b) $L_2 = \{x2y \mid x, y \in \{0,1\}^*, |x| = |y|\}$

(c) L_3 ist das Komplement einer endlichen Sprache

(d) $L_4 = \{a^l b^k a^l b^k \mid l, k \geq 1\}$

(e) $L_5 = \{\underbrace{a^l b^l}_{S_1} \underbrace{a^k b^k}_{S_2} \mid l, k \geq 1\}$

c) Jede endliche Sprache ist regulär, d.h. $\overline{L_3}$ ist regulär. $\Rightarrow L_3$ ist regulär Abschlusseigenschaft

e) Typ 2

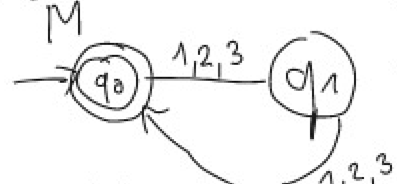
$S \rightarrow S_1 S_1$

$S_1 \rightarrow a S_1 b$

$S_1 \rightarrow ab$

d) Typ 1

a) Typ 3 M



$\Rightarrow L(M) = L_1$

L_2 ist Typ 2

G:

$S \rightarrow 0S0$

$S \rightarrow 1S1$

$S \rightarrow 0S1$

$S \rightarrow 1S0$

$S \rightarrow 2$

b) nicht regulär

$[0], [00], [000], \ldots$ $\Rightarrow [0^i]$, $i \in \mathbb{N}$ sind unendlich viele Äquivalenzklassen $\Rightarrow$ nicht regulär

$\neg(0 \sim_{L_1} 00)$, da $021 \in L_2$ und $0021 \notin L_2$

miro