Aufgabe 2 (5 Punkte):

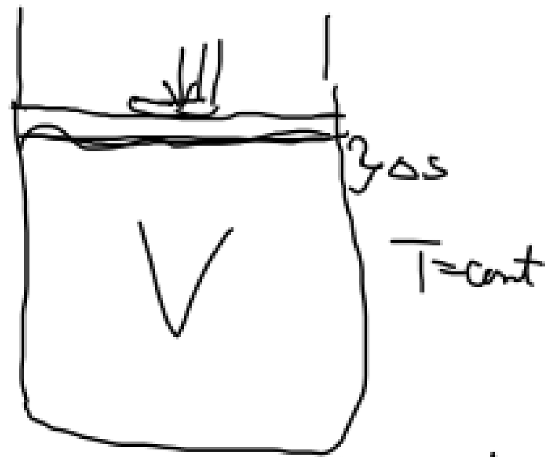
Ein ideales Gas nehme unter Normaldruck $p_0 = 1{,}0133 \cdot 10^5$ Pa ein Volumen von 10 l ein. Anschließend wird es auf 3 l komprimiert. Berechnen Sie die dafür notwendige Arbeit im Falle eines

(a) isothermen Prozesses

(b) adiabatischen Prozesses

Hinweis: Nutzen Sie die Adiabatenkonstante.

a)



$p \cdot V = \text{const}(T) = \text{const}.$

$p_0 V_0 = p \cdot V \Rightarrow p = p_0 \frac{V_0}{V}$ $\qquad p = \frac{F}{A}$

$W = -F \cdot \Delta s$ $\qquad F = p \cdot A$

$= -p \cdot \cancel{A} \cdot \frac{dV}{\cancel{A}} = -p \cdot \underbrace{dV}_{<0}$ $\qquad dV = A \cdot \Delta s$

$\Rightarrow \Delta s = \frac{dV}{A}$

$$W = -\int_{V_0}^{V_1} p(V) \cdot dV = -\int_{V_0}^{V_1} p_0 \frac{V_0}{V} \, dV = -p_0 V_0 \int_{V_0}^{V_1} \frac{1}{V} \, dV = -p_0 V_0 \left[\ln(V)\right]_{V_0}^{V_1}$$

$$= -p_0 V_0 \left(\ln(V_1) - \ln(V_0)\right)$$

$$= -p_0 V_0 \ln\left(\frac{V_1}{V_0}\right)$$

$\ln(a) - \ln(b) = \ln\left(\frac{a}{b}\right)$

$$= -1{,}0133 \cdot 10^5 \frac{N}{m^2} \, 10 \cdot 10^{-3} m^3 \ln\left(\frac{3\,l}{10\,l}\right)$$

$$\approx 1219 \text{ J}$$

$l \mathrel{\hat=} 1 dm^3$

$10^{-3} = \frac{1}{1000} m^3$

$1 dm = \frac{1}{10} m$

$1 dm^2 = \frac{1}{100} m^2$

$1 dm^3$

Aufgabe 2 (5 Punkte):

Ein ideales Gas nehme unter Normaldruck $p_0 = 1{,}0133 \cdot 10^5$ Pa ein Volumen von 10 l ein. Anschließend wird es auf 3 l komprimiert. Berechnen Sie die dafür notwendige Arbeit im Falle eines

(a) isothermen Prozesses

(b) adiabatischen Prozesses

Hinweis: Nutzen Sie die Adiabatenkonstante.

b) $\delta Q = 0 \mathrel{\hat=}$ adiabatisch $\qquad \Delta U = \delta Q + \Delta W = \overset{=0}{} \Delta W$

$$p \cdot V^\kappa = \text{const.} \qquad (10.84c)$$

k = Adiabatenkonstante $= \frac{C_p}{C_V} = \frac{f+2}{f} = \frac{3+2}{3} = \frac{5}{3}$

$$W = -\int_{V_0}^{V_1} p(V) \, dV =$$

$p \cdot V^k = p_0 \cdot V_0^k$

$\Rightarrow p = p_0 \cdot \left(\frac{V_0}{V}\right)^k = p_0 \frac{V_0^k}{V^k}$

$$= -\int_{V_0}^{V_1} p_0 \cdot \frac{V_0^k}{V^k} \, dV = -p_0 V_0^k \int_{V_0}^{V_1} V^{-k} \, dV = -p_0 \cdot V_0^k \left[\frac{1}{-k+1} V^{-k+1}\right]_{V_0}^{V_1} = \frac{-p_0 \cdot V_0^k}{-k+1} \cdot \left(V_1^{-k+1} - V_0^{-k+1}\right)$$

$$= \frac{-1{,}0133 \cdot 10^5 \frac{N}{m^2} \cdot (10 \cdot 10^{-3} m^3)^{\frac{5}{3}}}{-\frac{5}{3}+1} \cdot \left((3 \cdot 10^{-3} m^3)^{-\frac{5}{3}+1} - (10 \cdot 10^{-3} m^3)^{-\frac{5}{3}+1}\right)$$

$$= 1872 \text{ J}$$

$(x^n)' = n \cdot x^{n-1}$

$\int x^n \, dx = \frac{1}{n+1} x^{n+1}$