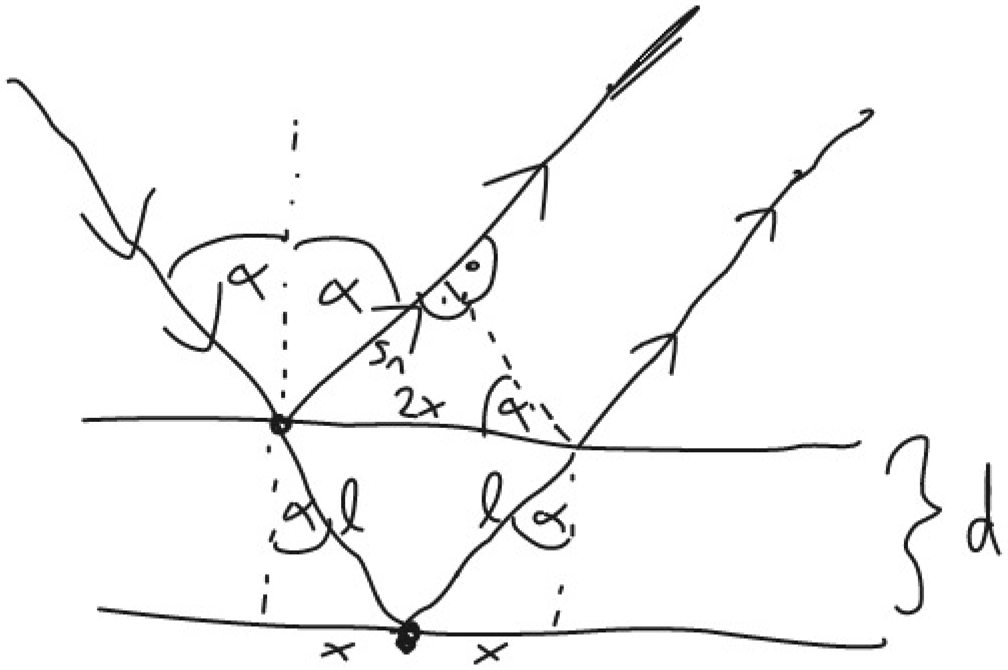
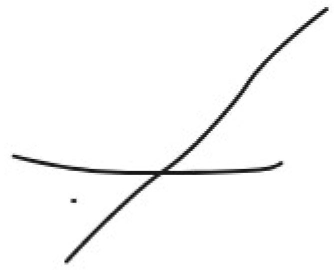




$$\Delta S = 2l - s_1 =$$

$$\cos(\alpha) = \frac{AK \text{ zu } \alpha}{HY} = \frac{d}{l} \Rightarrow l = \frac{d}{\cos(\alpha)}$$

$$\cos(\alpha) = \frac{d}{l} \quad | \cdot l$$

$$l \cdot \cos(\alpha) = d \quad | : \cos\alpha$$

$$\sin(\alpha) = \frac{GK \text{ zu } \alpha}{HY} = \frac{s_1}{2x}$$

$$\Rightarrow s_1 = \sin(\alpha) \cdot 2x =$$

$$\sin(\alpha) = \frac{GK \text{ zu } \alpha}{HY} = \frac{x}{l} \Rightarrow x = \sin(\alpha) \cdot l = \frac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)} \cdot d$$

$$\Delta S = 2l - s_1 =$$

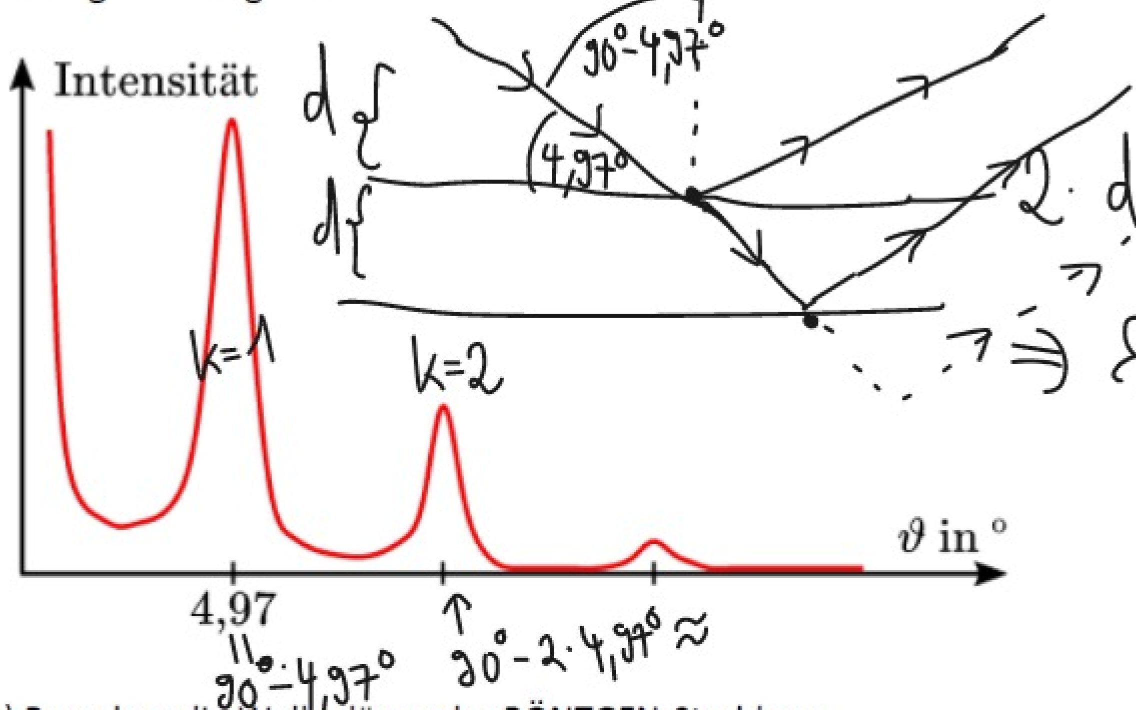
$$= 2 \cdot \frac{d}{\cos(\alpha)} - \sin(\alpha) \cdot 2 \cdot \frac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)} \cdot d$$

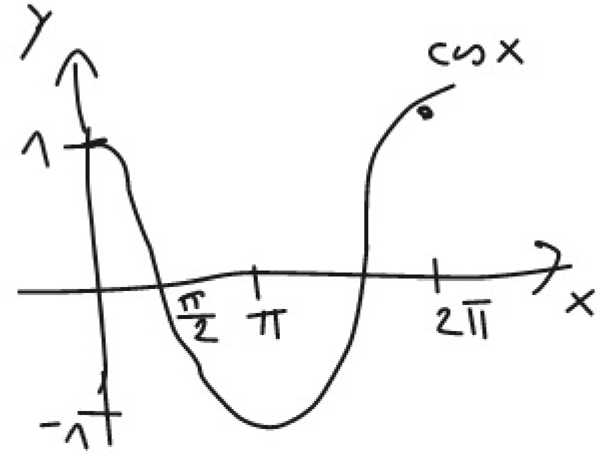
$$= \frac{2 \cdot d}{\cos(\alpha)} \left(1 - (\sin(\alpha))^2 \right) =$$

$$= \frac{2d}{\cos(\alpha)} \cdot (\cos(\alpha))^2 = 2d \cdot \cos(\alpha)$$

Aufgabe 2

Bei der BRAGG-Reflexion von RÖNTGEN-Strahlung an einem KBr-Kristall mit dem Netzebenenabstand 329 pm erhält man als Ergebnis der Messung der Intensität der reflektierten Strahlung in Abhängigkeit von der Winkelweite das folgende Diagramm.





$$2 \cdot d \cdot \cos(\alpha) = k \cdot \lambda$$

$$\Rightarrow \lambda = \frac{2d\cos(\alpha)}{k} = \frac{2 \cdot 329 \cdot 10^{-12}\,m \cdot \cos(90° - 4{,}97°)}{1} = $$

$$\approx 5{,}7 \cdot 10^{-11}\,m > 5\,pm$$

10 nm >

$\Rightarrow$ Röntgenstrahlung

a) Berechne die Wellenlänge der RÖNTGEN-Strahlung.

b) Berechne die Weiten der zwei anderen Winkel, die auf der θ-Achse des Koordinatensystems markiert sind.

b)

$$2 \cdot d \cdot \cos(\alpha) = k \cdot \lambda$$

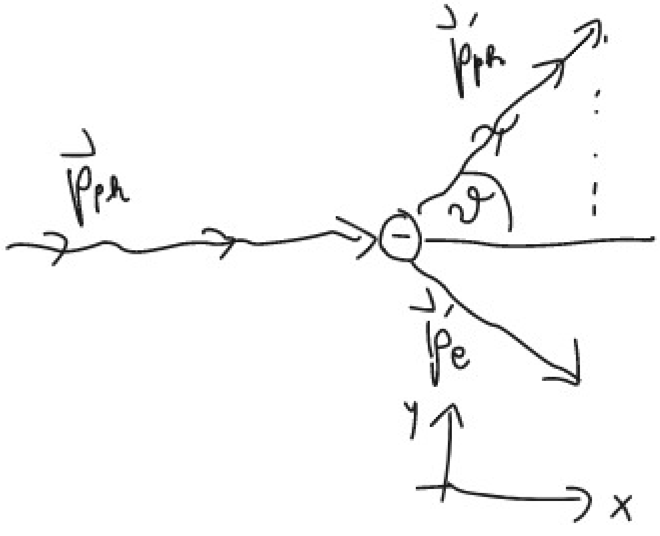
$$\vartheta_2 = 90° - \alpha_2 = 90° - \cos^{-1}\left(\frac{k \cdot \lambda}{2 \cdot d}\right) = 90° - \cos^{-1}\left(\frac{2 \cdot 5{,}7 \cdot 10^{-11}\,m}{2 \cdot 329 \cdot 10^{-12}\,m}\right) \approx 9{,}98°$$

$$\vartheta_3 = 90° - \cos^{-1}\left(\frac{3 \cdot 5{,}7 \cdot 10^{-11}\,m}{2 \cdot 329 \cdot 10^{-12}\,m}\right) \approx 15°$$

2. Aufgabe:

Berechnen Sie die Wellenlängezunahme bei Comptonstreuung für die Ablenkwinkel des Photons (β = 45^0, 90^0, 135^0, 180^0).

$$a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$$



$$E_{ph} = E'_{ph} + E'_e$$

$$h \cdot f = h \cdot f' + \frac{p_e'^2}{2m}$$

$$\vec{p}_{ph} = \vec{p}\,'_{ph} + \vec{p}\,'_e$$

$$\begin{pmatrix} p_x \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p_x' \\ p_y' \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} p_{e,x}' \\ p_{e,y}' \end{pmatrix}$$

I) $p_y' + p_{e,y}' = 0$

II) $p_x' + p_{e,x}' = p_x$

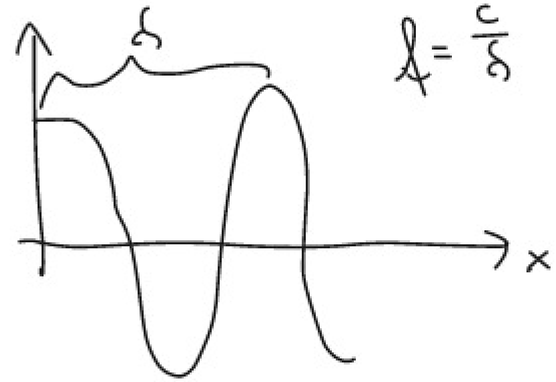
I') $\tan(\vartheta) \cdot p_x' + p_{e,y}' = 0$

$$h \cdot f = h \cdot f' + \frac{p_e'^2}{2m}$$

III $c \cdot p = c \cdot \underset{\sqrt{p_x'^2 + p_y'^2}}{\underset{\|}{p'}} + \frac{p_e'^2}{2m}$

$p_y' = \tan(\vartheta) \cdot p_x'$

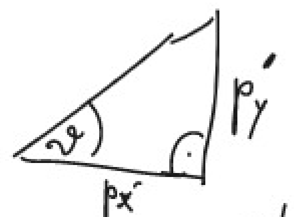
$$E_{kin} = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} \frac{m^2 \cdot v^2}{m} = \frac{1}{2} \frac{p^2}{m}$$



$$f = \frac{c}{\lambda} \qquad v = \frac{x}{t}$$

$$c = \frac{\lambda}{T} = \lambda \cdot \frac{1}{T} = \lambda \cdot f$$

$$\Rightarrow \boxed{f = \frac{c}{\lambda}}$$



$$\tan(\vartheta) = \frac{p_y'}{p_x'}$$

$$\Rightarrow p_y' = \tan(\vartheta) \cdot p_x'$$

$$p = m \cdot v$$

$$E = \frac{1}{2} \frac{(m \cdot v)^2}{m} = \frac{1}{2} \frac{p^2}{m}$$

$$p = \frac{h}{\lambda}$$

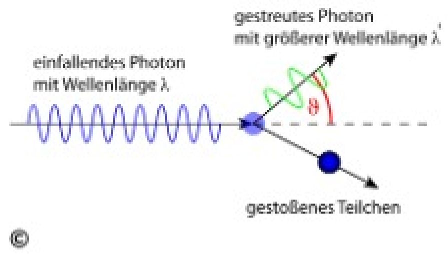
$$E = h \cdot f = h \cdot \frac{c}{\lambda} = c \cdot p$$

- Der Compton-Effekt bezeichnet die Vergrößerung der Wellenlänge λ eines Photons bei der Streuung an einem Teilchen wie bspw. einem Elektron.
- Die Zunahme der Wellenlänge $\Delta\lambda$ bei einem Streuwinkel von ϑ lässt sich berechnen mittels

$$\Delta\lambda = \frac{h}{m_0\cdot c}(1-\cos(\vartheta)) = \lambda_c(1-\cos(\vartheta)).$$

- Die Compton-Wellenlänge λ_e für Elektronen ist

$$\lambda_{c,e} = \frac{h}{m_e\cdot c}\approx 2{,}43\cdot 10^{-12}\,\mathrm{m}.$$



2. Aufgabe:

Berechnen Sie die Wellenlängezunahme bei Comptonstreuung für die Ablenkwinkel des Photons (β = 45^0, 90^0, 135^0, 180^0).

$$\Delta\lambda = \frac{h}{m_0\cdot c}\cdot(1-\cos(\vartheta))$$

$$= \frac{h}{m_{0,e}c}\cdot(1-\cos(45^\circ)) \approx 7{,}1\cdot 10^{-13}\,m$$

$$= 0{,}71\cdot 10^{-12}\,m$$

$$= 0{,}71\,pm$$

$$\Delta\lambda = \frac{h}{m_{0,e}\cdot c}\cdot(1-\cos(90^\circ)) \approx 2{,}43\cdot 10^{-12}\,m$$

$$= 2{,}43\,pm$$

Je größer der Ablenkwinkel, desto mehr Energie verliert das Licht und desto größer ist die Wellenlängenzunahme!

3. Aufgabe:

Die Frequenz der einfallenden Strahlung beträgt bei einem Comptonprozess $f = 1{,}2\cdot 10^{20}$ Hz. Wie groß ist die Frequenz der gestreuten Strahlung, wenn die Geschwindigkeit der Elektronen nach dem Stoß $v = 1{,}5\cdot 10^8$ m/s beträgt?

$$E_{ph} = E_{ph}' + E_e'$$

$$h\cdot f = h\cdot f' + \frac{1}{2}\cdot m_e\cdot v^2 \quad |$$

$$h\cdot f - \frac{1}{2}m_e v^2 = h\cdot f' \quad |:h$$

$$f' = \frac{h\cdot f - \frac{1}{2}m_e v^2}{h} = \frac{h\cdot 1{,}2\cdot 10^{20}\,Hz - \frac{1}{2}\cdot m_e\cdot\left(1{,}5\cdot 10^8\,\frac{m}{s}\right)^2}{h}$$

$$\approx 1{,}05\cdot 10^{20}\,Hz < \overset{= f}{1{,}2\cdot 10^{20}}\,Hz$$

$$c = \lambda\cdot f \qquad \Rightarrow \lambda' = \frac{c}{f'} > \frac{c}{f} = \lambda$$

$$5 < 10 \qquad f' < f \quad |()^{-1}$$

$$\frac{1}{5} > \frac{1}{10} \qquad \Rightarrow \frac{1}{f'} > \frac{1}{f}$$